Über den

Einfluss der Beobachtungsfehler auf die anthropologischen Indices

---

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Philosophischen Fakultät

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion)

der

Universität Zürich

von

Stanislaw Poniatowski

aus Warschau

Begutachtet von

Herrn Professor Dr. Rud. Martin

Braunschweig

Druck von Friedr. Vieweg & Sohn

1911

Über den

Einfluss der Beobachtungsfehler auf die anthropologischen Indices

---

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der philosophischen Doktorwürde

vorgelegt der

Philosophischen Fakultät

(Mathematisch-naturwissenschaftliche Sektion)

der

Universität Zürich

ACAD
LUGD BAT.
BIBL.

von

Stanislaw Poniatowski
aus Warschau

Begutachtet von

Herrn Prof. Dr. Rud. Martin

Braunschweig
Druck von Friedr. Vieweg & Sohn
1911

Sonder-Abdruck

aus dem

„Archiv für Anthropologie“ (Neue Folge), Band X, Heft 4.

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1

I. Über den Einfluß der Beobachtungsfehler auf die individuellen Indices 3

Ableitung allgemeiner Formeln für die wahrscheinlichen Indexfehler 4

II. Genauigkeitsfehler einiger anthropologischer Indices 10

Kraniometrische Indices 11

1. Längen-Breitenindex 11
2. Längen-Höhenindex 11
3. Längen-Ohrhöhenindex 11
4. Sagittaler Wölbungsindex des Frontale 12
5. Sagittaler Wölbungsindex des Parietale 12
6. Sagittaler Wölbungsindex des Occipitale 13
7. Transversaler Frontalindex 13
8. Transversaler Frontoparietalindex 14
9. Ganzgesichtsindex 14
10. Obergesichtsindex 14
11. Kraniofacialindex 15
12. Jugofrontalindex 15
13. Jugomandibularindex 15
14. Frontobiorbitalindex 16
15. Interorbitalindex 16
16. Orbitalindex 17
17. Nasenindex 17
18. Maxilloalveolarindex 17
19. Gaumenindex 18

Kephalometrische Indices 18

20. Längen-Breitenindex 18
21. Längen-Ohrhöhenindex 19
22. Transversaler Frontoparietalindex 19
23. Jugofrontalindex 19
24. Jugomandibularindex 19
25. Morphologischer Ganzgesichtsindex 19
26. Morphologischer Obergesichtsindex 19
27. Nasenindex 20

III. Über den Einfluß der Beobachtungsfehler auf die Resultate einiger statistisch-anthropologischer Methoden 20

A. Gegenseitiges Verhalten einzelner Individuen unbekannter Rassenherkunft 21

B. Gegenseitiges Verhalten vieler Individuen einer natürlichen morphologischen Gruppe 23

C. Gegenseitiges Verhalten zweier natürlicher morphologischer Gruppen 25

Schlußwort 30

Literatur 30

Anhang 31

I. Hilfstabelle zur Berechnung der mittleren wahrscheinlichen Fehler der individuellen Indices 31

II. Wahrscheinlicher Fehler der Typusbestimmung 31

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41507212_0044

Einleitung.

Jeder, der exakte wissenschaftliche Meßmethoden benutzt, muß darüber gut orientiert sein, welche Genauigkeit er mit Hilfe dieser Methoden erreichen kann. Deshalb sehen wir, daß ein Astronom, ein Physiker und Chemiker seinen Messungs- oder Berechnungsergebnissen stets diejenigen Grenzen hinzufügt, zwischen welchen sich der wahre Wert des von ihm Gemessenen oder Berechneten befindet. Diese Grenzen sind durch Beobachtungsfehler hervorgerufen, welche bei keiner Messung gänzlich auszuschalten sind. Je größer die Beobachtungsfehler, desto entfernter voneinander diese Grenzen, um so unsicherer das gefundene Resultat.

Wir wissen, wie rasch sich die Anthropologie zu entwickeln begonnen, nachdem sie die Anwendung exakter Messungs- und Berechnungsmethoden kennen gelernt hat. Doch trotz dem sechzigjährigen Gebrauche dieser Methoden hat man sich bisher wenig mit der Genauigkeit derselben beschäftigt. Die beschränkte Genauigkeit anthropologischer Maße war stets allen bekannt, man hat aber stillschweigend angenommen, daß die Mittelwerte und andere Charakteristika der Aggregate dadurch nicht beeinflußt werden.

Viel wichtiger als die absoluten Maße haben sich die gegenseitigen Maßverhältnisse oder Indices für die Anthropologie erwiesen. Das Fehlen an richtigem Verständnis der Genauigkeit der individuellen (d. h. für einzelne Individuen berechneten) Indexwerte hat das Bestreben zur übertriebenen Genauigkeit derselben hervorgerufen. Man benutzt auch heute drei- oder vierstellige individuelle Indices, ohne darüber im klaren zu sein, welche Bedeutung man der dritten oder vierten Stelle beimessen muß. Deshalb will ich in vorliegender Arbeit den Versuch machen, den Einfluß der Beobachtungsfehler der Maße sowohl auf die individuellen Indices als auch auf Resultate einiger statistisch-anthropologischer Methoden zu erläutern. Dabei beschränke ich mich an dieser Stelle auf die wichtigsten Schädel- und Kopfindices. Was die Meßtechnik anbetrifft, so sind stets diejenigen Maße berücksichtigt, die im Züricher Anthropologischen Laboratorium üblich sind und von Herrn Prof. Martin in seinem Lehrbuche der Anthropologie angegeben werden. Bei anderer weniger durchgearbeiteter Technik dürften die Meßfehler meistens noch viel größer sein, als hier angenommen wurde.

Für seine stets entgegenkommende Hilfe bei dieser Arbeit spreche ich auch an dieser Stelle meinem hochverehrten Lehrer Herrn Prof. Dr. R. Martin meinen aufrichtigsten Dank aus. Auch Herrn Privatdozenten Dr. T. Mollison bin ich für seine wertvollen Ratschläge zum großen Dank verpflichtet. Herr Prof. Dr. L. G. Du-Pasquier hat die Güte gehabt, die mathematische Seite meiner Arbeit durchzusehen, wofür ich ihm ebenfalls meinen besten Dank ausspreche.

Bevor ich nun zu meinem Thema übergehe, möchte ich noch auf einige frühere Einwände gegen die nutzlos übertriebene Genauigkeit der individuellen Indices hinweisen.

Anders Retzius, der den ersten Index und zwar den Längen-Breitenindex des Schädels eingeführt hat; er stellt ihn als Verhältnis zweier

ganzer Zahlen dar, wobei er die Schädellänge gleich 1000 setzt. Bei den Schweden z. B. verhält sich nach Retzius (1864, S. 4) die Schädellänge zur Schädelbreite wie 1000:773. Später ist es zum allgemeinen Brauch geworden, die Schädelbreite in Prozenten der Schädellänge auszudrücken, wir schreiben also den oben angeführten Index als 77,3. Broca hat auch die zweite Dezimale in den Längen-Breitenindex und dann in alle anderen Indices eingeführt, indem er das folgendermaßen rechtfertigt: „Lorsqu'il s'agit, en effet, de faire connaître la forme d'un crâne, les centièmes suffisent parfaitement, les millièmes seraent superflus et chargeraient inutilement la mémoire. Mais lorsqu'il s'agit d'étudier rigouresement une collection de crânes, de la disposer en série par ordre croissant d'indices céphaliques, de la subdiviser en groupes secondaires et d'en déterminer les moyennes, les millièmes mêmes ne suffisent plus et il est nécessaire de pousser la division jusqu'aux dix-millièmes, c'est-à-dire d'ajouter deux décimales à l'indice centésimal" (1872, IV, S. 240 [1]). Diese Begründung ist ungenügend. Broca könnte ja ebensogut auch drei, vier usw. Dezimalen für notwendig halten. Er fügt seiner Argumentation folgendes Beispiel hinzu: „... on trouve par exemple que les indices céphaliques des séries parisiennes ont été, à trois époques différentes, de 79,18, 79,56, 79,00, et ces moyennes sont assez rapprochées pour qu'il soit utile de tenir compte de la seconde décimale" (loc. cit., S. 241). Aus diesem Beispiel folgt nur, daß Broca zwei ganz verschiedene Sachen zusammengeworfen hat, indem er aus der Nützlichkeit der Dezimalen in den Mittelwerten auf die Nützlichkeit dieser Dezimalen in den individuellen Indices schließt.

Dank der Autorität Brocas werden die zwei Dezimalen auch heute noch von mehreren Autoren berücksichtigt, wozu die allgemein benutzten, vierstelligen Fürstschen Indextabellen beitragen. Gegen die Dezimalen hat sich jedoch Flower schon im Jahre 1879 ausgesprochen. Er sagt: „... hundredts followed by two decimals, appears to me to be very unnecessary, and to give an entirely fictitious appearance of accuracy, considering that the data from which the indices are calculated are measurements which, taken by different individuals or by the same individual at different times, rarely or never coincide with absolute accuracy. Indeed, for most purposes, two figures are quite as likely to represent truthfully the required proportions as three" (1879, S. XVIII). Diese zutreffenden Bemerkungen haben leider wenig Beachtung gefunden; auch Flower selbst gibt noch die erste Dezimale an. Noch schärfer hat sich Hovorka gegen die Überschätzung der Genauigkeit der Indices ausgesprochen. Er sagt: „Drückt man die Kopfbreite in Prozenten der Kopflänge aus, so übersieht man gewöhnlich, daß 1 Proz. der letzteren nicht mehr als 1,5 bis 2 mm ausmacht, 5 Proz. also nur 7,5 bis 10 mm, man also wahrlich keine Veranlassung hat, Schädel, die um einen so geringen Betrag in der Breite voneinander abweichen, für wesentlich verschiedene zu halten. Nun gar noch eine oder zwei Dezimalstellen zu berücksichtigen, d. h. also die Breite in Tausendsteln und Zehntausendsteln der Kopflänge auszudrücken, ist, so „exakt" es auch scheinen mag, einfach sinnlos" (1898, S. 292). Und weiter: „Hätte man von vornherein daran gewöhnt, die Länge bei der Indexberechnung nicht = 100, sondern = 10 oder = 1 zu setzen, so wäre manches phantastische Spiel mit Indexziffern und Kurvenkonstruktionen über die Verteilung von Indices innerhalb einer Bevölkerung unterblieben" (loc. cit.). Hovorkas Worte sind ebenfalls wie die Flowerschen unbeachtet geblieben, was uns nicht wundern kann: es ist eben leichter, sich mit dem Scheine der Genauigkeit zu begnügen als den Wert dieser Genauigkeit kritisch zu prüfen.

Von neueren Autoren wendet sich Mollison nicht nur gegen die zweite, sondern gegen die Dezimalen überhaupt. Er sagt: „Überhaupt besitzt die Stelle nach dem Komma für fast alle Indices keinen Wert, da kleine Verschiedenheiten der Messung, die innerhalb des Beobachtungsfehlers liegen, schon größere Verschiedenheiten des Index hervorrufen, so daß

[1]) Broca wird in dieser Arbeit überall nach der gesamten Ausgabe seiner Schriften, „Memoires d'anthropologie", zitiert. Die erste Ziffer in den Klammern zeigt das Jahr der Veröffentlichung seiner betreffenden Arbeit, die weiteren Angaben bezeichnen den Band und Seite der Gesamtausgabe.

wir diesen Bruchteilen von Einheiten keinen diagnostischen Wert zumessen können. Wir dürfen sie mit dem gleichen Rechte abrunden, wie wir bei der Messung Bruchteile von Millimetern vernachlässigen. Besonders ist das bei den aus kurzen Maßen berechneten Indices der Fall. Die Stelle nach dem Komma ist nicht nur unnötig, sondern sie stört auch die Übersichtlichkeit“ (1908, S. 534). Doch wie der früher zitierte Flower, so führt auch Mollison seine Forderungen nicht ganz konsequent durch, da er noch die erste Dezimale bei dem Längen-Breiten- und Längen-Höhenindex stehen läßt.

Aus dem oben Gesagten sehen wir, daß die Frage nach der Brauchbarkeit der Dezimalen in den individuellen Indices noch eine offene ist. Eine befriedigende Antwort auf diese Frage wird erst aus der Untersuchung des Einflusses der Beobachtungsfehler der Maße auf die Indices ersichtlich sein.

I. Über den Einfluß der Beobachtungsfehler auf die individuellen Indices.

Die Größen der Beobachtungsfehler, welche bei verschiedenen anthropologischen Messungen zulässig sind, hat schon Broca zu bestimmen versucht. Er sagt: „En craniométrie, l'erreur permise est de 1 millimètre pour les lignes, de 1 degré pour les angles, de 1 centimètre carré pour les surfaces, de 1 centimètre cube pour les volumes“ (1879, IV, S. 757.) Doch können diese Brocaschen Normen keinen großen Wert haben, da sie die Eigenart jedes einzelnen Maßes nicht berücksichtigen.

Betrachten wir nun genauer diejenigen drei Hauptfaktoren, welche die Größe des Beobachtungsfehlers bei jeder Messung beeinflussen. Es sind: 1. die beschränkte Genauigkeit des Instrumentes, 2. die Beobachtungsgabe des Untersuchers und 3. die physischen Eigenschaften des gemessenen Objektes.

Die zu anthropologischen Längenmessungen benutzten Instrumente besitzen gewöhnlich eine Millimeterskala, welche das Ablesen nur in ganzen Millimetern gestattet. Sehen wir von den möglichen zufälligen Fehlern der Instrumente ab und lassen die Bruchteile, welche kleiner als 1 mm sind, unberücksichtigt, dann begehen wir einen Fehler α, welcher zwischen folgenden Grenzen liegt: $0 \leqslant \alpha < 1$ mm. Broca hat, wie wir gesehen, als Fehler der Längenmaße 1 mm angenommen, an anderer Stelle sagt er aber: „... à la face, où certaines distances, certaines épaisseurs n'ont que 1 à 2 centimètres, l'erreur de 1 millimètre devient très-considérable; et elle le devient bien plus encore dans les études d'anatomie comparée“ (1869, I, S. 154). Um die Genauigkeit kleiner Maße zu erhöhen, hat Broca einen besonderen Tasterzirkel — „compas d'épaisseur micrometrique“ — konstruieren lassen, mit dem man bis auf $^1/_4$ mm genau messen kann. Doch hat dieser Zirkel keine Verwendung gefunden, und es ist kaum denkbar, daß die Anthropologie zu noch genaueren Instrumenten greifen wird, als die gegenwärtig mit Millimeterskala üblichen. Das wäre auch vollständig nutzlos im Hinblick auf die physischen Eigenschaften der gemessenen Objekte, wie wir das weiter unten sehen werden.

Der durch die beschränkte Genauigkeit des Instrumentes hervorgerufene Fehler kann gewöhnlich durch eine scharfe Beobachtungsgabe des Untersuchers etwas reduziert werden. Die Beobachtungsfähigkeiten einzelner Beobachter sind aber bei einem und demselben Meßverfahren sehr verschieden. Ein geübter Beobachter kann mit einer Millimeterskala bis auf 0,1 mm genau messen, während ein mittelmäßiger sich mit der Genauigkeit auf 0,5 mm begnügen wird, wobei er auf- oder abrundet. Wir können deshalb den Beobachtungsfehler der mit dem gewöhnlichen Gleitzirkel gemessenen Längen überall da gleich $\pm$ 0,5 mm ansetzen, wo wir die Entfernung zwischen leicht und scharf bestimmbaren Grenzen (Punkten, Linien, Oberflächen) messen. Ausnahmen bilden die Messungen mit dem Tasterzirkel. Die Einheiten seiner Skala sind tatsächlich weniger als 1 mm, und es macht mehr Schwierigkeiten, mit dem Taster- als mit dem Gleitzirkel bis auf 0,5 mm genau zu messen. Wir nehmen also den Beobachtungsfehler der Messungen mit dem Tasterzirkel gleich $\pm$ 1 mm an, aber ebenfalls nur dann, wenn die Grenzen des Maßes leicht und scharf zu bestimmen sind.

Schließlich hängt die Größe des Beobachtungsfehlers von den physischen Eigenschaften des gemessenen Objektes ab. Diese Abhängigkeit kann in verschiedenen Fällen bei einem

und demselben Maße sehr verschieden sein und läßt sich nicht genau bestimmen. Wir wissen ja, wie schwer es oft ist, diejenigen Punkte (z. B. Inion, Gonion, fast alle somatometrischen Punkte) genau und eindeutig zu bestimmen, von denen aus wir messen.

Ich möchte noch bemerken, daß die physischen Eigenschaften des gemessenen Objektes die Grenzen der überhaupt wertvollen Genauigkeit bedingen. Wir könnten z. B. die Schädellänge mit Hilfe präziser Instrumente bis auf 0,01 mm genau messen. Berücksichtigen wir aber, daß „der Längsdurchmesser eines Schädels durchschnittlich etwa 0,9 mm größer gewesen ist als der des skelettierten Schädels“ (Welcker, 1902, S. 55), sowie daß die Länge eines und desselben Schädels infolge der hygroskopischen Eigenschaften des Knochens im Sommer um 0,6 mm kürzer als im Winter sein kann (Broca, 1874, IV, S. 198), so werden wir wohl der Ansicht zustimmen, daß es sinnlos wäre, die Schädellänge mit größerer Genauigkeit als bis auf 1 mm zu messen. Nach Welcker hat die Linea intercondyloidea eines Australierunterkiefers bei Anfeuchtung sogar um 19 mm zugenommen, wobei er bemerkt, daß die Wiederanfeuchtung der getrockneten Schädelknochen „die Lebendmaße bis auf nicht in Anschlag kommende Bruchteile des Millimeters wieder herstellt“ (1902, S. 55). Betrachten wir noch ein anderes Beispiel. Bekanntlich nimmt die Körpergröße während des Tages vom Morgen bis Abend ab und die tägliche Differenz kann bei großen Leuten 2 bis 3 cm betragen. Da es bei Messungen einer größeren Zahl von Individuen fast unmöglich ist, dieselben nur während einer bestimmten Tageszeit zu untersuchen, und da sich diese Individuen nicht alle gleich frisch fühlen können, so scheint es zwecklos, die Körpergröße genauer als bis auf $\pm$ 0,5 cm zu messen.

Wie aus dem oben Gesagten ersichtlich ist, sind die anthropologischen Beobachtungsfehler ebenso sehr von den physischen Eigenschaften der gemessenen Objekte wie von der individuellen Beobachtungsgabe des Untersuchers abhängig. Es wäre deshalb zwecklos, diese Beobachtungsfehler empirisch bestimmen zu wollen, da wir dabei für jedes Objekt und jeden Beobachter sicher einen anderen Fehler erhalten würden. Es bleibt uns also nur übrig, gewisse wünschenswerte Normen für die zulässigen Beobachtungsfehler aufzustellen, wobei wir die Eigenart jedes einzelnen Maßes berücksichtigen müssen. Die von mir angenommenen Normen sollen dabei nicht für die maximalen, sondern für die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler gelten. Bekanntlich bezeichnet man als wahrscheinlichen Fehler denjenigen, innerhalb dessen Grenzen sich die Hälfte der Messungsresultate befindet, deshalb dürfen die hier angenommenen Normen bei wiederholten Messungen wenigstens in der Hälfte der Fälle nicht überschritten werden. Dementsprechend berücksichtigte ich von nun an nicht die maximalen, sondern nur die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der Indices, der Mittelwerte usw. Wenn man nicht die wahrscheinlichen, sondern die durchschnittlichen oder die mittleren Fehler berücksichtigen will, so hat man dazu folgende bekannte Formeln:

wahrscheinl. Fehler $=$ 0,67449 $\times$ mittlerer Fehler,
mittlerer „ $=$ 1,25331 $\times$ durchschnittl. „

Wenn auch manchem sehr geübten Forscher einige der von mir angenommenen wahrscheinlichen Beobachtungsfehler etwas zu groß scheinen werden, so möge er doch bedenken, daß man sich hier nicht nach den besten, sondern nach den mittleren Fähigkeiten richten muß.

Ableitung allgemeiner Formeln für die wahrscheinlichen Indexfehler.

Die Beobachtungsfehler der Maße müssen natürlich entsprechende Fehler in den Indices hervorrufen; wir werden letztere Fehler als „Beobachtungsfehler der Indices“ oder kurz als „Indexfehler“ bezeichnen. Sehen wir nun, welchen wahrscheinlichen Indexfehler die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der Maße bedingen.

Für den wahrscheinlichen Fehler $E(U)$ einer Größe U, welche eine Funktion anderer Größen $X, Y, Z, \ldots$ ist, deren wahrscheinliche Fehler $E(X), E(Y), E(Z), \ldots$ sind, wird in der Ausgleichungsrechnung folgende Formel abgeleitet:

$$E(U) = \pm \sqrt{\left[E(X)\frac{\partial U}{\partial X}\right]^2 + \left[E(Y)\frac{\partial U}{\partial Y}\right]^2 + \left[E(Z)\frac{\partial U}{\partial Z}\right]^2 + \cdots} \quad (1)$$

Wenden wir diese Formel an zur Bestimmung des wahrscheinlichen Fehlers $E(I)$ eines Index

$$I = 100 \cdot \frac{a}{b} = 100 \cdot i,$$

wobei

$$E(a) = \pm \alpha \quad \text{und} \quad E(b) = \pm \beta$$

die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der Maße a und b darstellen. Wir finden:

$$E(I) = 100 \cdot E(i)$$

$$= \pm 100 \sqrt{\left[E(a)\frac{\partial i}{\partial a}\right]^2 + \left[E(b)\frac{\partial i}{\partial a}\right]^2}$$

und da

$$\frac{\partial i}{\partial a} = \frac{1}{b}, \quad \frac{\partial i}{\partial b} = -\frac{a}{b^2},$$

so ist

$$E(I) = \pm 100 \sqrt{\left[\alpha \cdot \frac{1}{b}\right]^2 + \left[-\beta \cdot \frac{a}{b^2}\right]^2}$$

$$= \pm 100 \sqrt{\frac{\alpha^2}{b^2} + \frac{\beta^2 a^2}{b^2}},$$

woraus schließlich

$$E(I) = \pm \frac{100 \sqrt{\alpha^2 b^2 + \beta^2 a^2}}{b^2} \quad \ldots \quad (2)$$

Wenn

$$E(a) = E(b) = \pm \alpha,$$

dann vereinfacht sich (2) und wir bekommen:

$$E(I) = \pm \frac{100 \alpha \sqrt{a^2 + b^2}}{b^2} \quad \ldots \quad (3)$$

Wenden wir nun diese Formeln an einigen Beispielen an. Es sei der Längen-Breitenindex eines Schädels zu berechnen, dessen Länge 175 mm und dessen Breite 155 mm beträgt. In den Fürstschen Tabellen finden wir für diesen Schädel den Längen-Breitenindex 88,57. Nehmen wir nun an, daß der wahrscheinliche Beobachtungsfehler der beiden Schädelmaße gleich $\pm$ 1 mm ist, dann erhalten wir nach (2):

$$E(88{,}57) = \pm \frac{100 \sqrt{155^2 + 175^2}}{175^2} = \pm 0{,}76.$$

Da der wahrscheinliche Fehler unseres Index fast eine ganze Einheit beträgt, so ist es klar, daß die Dezimalen desselben für uns wertlos sind. Für einen anderen Schädel, dessen Länge 185 mm und Breite 145 mm beträgt, finden wir den Längen-Breitenindex 78,38 und den wahrscheinlichen Fehler $\pm$ 0,68. Wollen wir nun diese zwei Indices miteinander vergleichen, so müssen wir auch ihre Fehler berücksichtigen. Nach der Formel (1) bekommen wir für den wahrscheinlichen Fehler einer Größe $X - Y$:

$$E(X - Y) = \pm \sqrt{[E(X)]^2 + [E(Y)]^2} \quad (4)$$

In unserem Falle also

$$E(88{,}57 - 78{,}38) = \pm \sqrt{0{,}76^2 + 0{,}68^2} = \pm 1{,}02.$$

Die Differenz zwischen den wirklichen Indices der betrachteten Schädel ist also nicht 10,19 (88,57 — 78,38), sondern liegt wahrscheinlich zwischen 9,17 (10,19 — 1,02) und 11,21 (10,19 + 1,02). Runden wir die Dezimalen bei unseren Indices ab, so finden wir, daß ihre neue Differenz 11 (89 — 78) innerhalb der Grenzen des wahrscheinlichen Fehlers liegt. Also auch in bezug auf die Vergleichung der betrachteten Indices sind ihre Dezimalen wertlos.

Noch markanter ist der Einfluß der Beobachtungsfehler der kleinen Maße auf die aus denselben berechneten Indices. Betrachten wir z. B. einen Nasenindex 50, den wir aus Nasenhöhe 50 mm und Nasenbreite 25 mm bekommen können. Setzen wir den Beobachtungsfehler der beiden Nasenmaße gleich $\pm$ 0,5 mm ein[1]), dann finden wir, daß der wahrscheinliche Fehler unseres Index $\pm$ 1,12 beträgt. Für einen anderen Nasenindex und zwar 51,06, den wir aus Nasenhöhe 47 mm und Nasenbreite 24 mm erhalten, finden wir den wahrscheinlichen Fehler $\pm$ 1,19. Die Differenz zwischen diesen beiden Nasenindices beträgt 1,06 und hat den wahrscheinlichen Fehler $\pm \sqrt{1{,}12^2 + 1{,}19^2} = \pm 1{,}64$. Da dieser Fehler absolut größer als die Differenz selbst ist, so können wir unsere beiden Nasenindices noch nicht als verschieden betrachten. Auch hier besitzen die Dezimalen der Indices gar keinen diagnostischen Wert.

Da es selbstverständlich zu viel zeitraubend wäre, für jeden möglichen individuellen Index den wahrscheinlichen Fehler zu berechnen, so möchte ich jetzt einige allgemeine Formeln ableiten, die uns leicht die Verteilung der wahrscheinlichen Fehler innerhalb jeder Indexart und den mittleren wahrscheinlichen Fehler derselben bestimmen lassen.

Einen und denselben Index bekommen wir nicht allein für zwei bestimmte Maße, sondern

[1]) „L'approximation du demi-millimètre est très-suffisante." Broca, Recherches sur l'indices nasal 72, IV, 305.

für viele Kombinationen verschiedener Maße, z. B. den Nasenindex 50 geben uns folgende Kombinationen der Nasenbreite und Nasenhöhe: 24 und 48 mm, 25 und 50 mm, 25 und 52 mm usw. Wir können uns leicht überzeugen, daß der wahrscheinliche Fehler eines und desselben Index verschieden ist, je nach der Kombination der Maße, welche diesen Index bilden. Dabei sind die Differenzen zwischen den verschiedenen Fehlern im allgemeinen nicht beträchtlich, wir müssen sie jedoch im Auge behalten, und deshalb wollen wir uns jetzt mit folgender Frage beschäftigen: Welcher ist der größte und kleinste wahrscheinliche Fehler eines und desselben Index bei Kombinationen aller möglichen Maße, die diesen Index bilden?

Wir behalten die obigen Bezeichnungen und geben dabei den Maßen a und b folgende Variationsgrenzen:

$$a_{\min} \leqslant a \leqslant a_{\max} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

$$b_{\min} \leqslant b \leqslant b_{\max} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Setzen wir

$$a = a_{\min} + x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

$$b = b_{\min} + y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Es ist also

$$I = 100 \cdot \frac{a}{b} = 100 \cdot i = 100 \cdot \frac{a_{\min} + x}{b_{\min} + y},$$

woraus

$$a_{\min} + x = i\,(b_{\min} + y)$$

und weiter

$$x = i\,(b_{\min} + y) - a_{\min} \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

Oben haben wir gefunden:

$$E\,(I) = \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 b^2 + \beta^2 a^2}}{b^2} \quad . \quad . \quad (2)$$

Setzen wir nun a und b aus (7) und (8) in (2) ein, dann bekommen wir:

$$E\,(I) = \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 (b_{\min} + y)^2 + \beta^2 (a_{\min} + x)^2}}{(b_{\min} + y)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

und indem wir x aus (9) in (10) einsetzen:

$$E\,(I) = \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 (b_{\min} + y)^2 + \beta^2 [a_{\min} + i\,(b_{\min} + y) - a_{\min}]^2}}{(b_{\min} + y)^2}$$

$$= \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 (b_{\min} + y)^2 + \beta^2 i^2 (b_{\min} + y)^2}}{(b_{\min} + y)^2}$$

$$= \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\min} + y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

Aus (5) und (7) folgt:

$$a_{\max} - a_{\min} \geqslant x \geqslant 0 \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

und aus (6) und (8) folgt:

$$b_{\max} - b_{\min} \geqslant y \geqslant 0 \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

Setzen wir x aus (9) in (12) ein, dann bekommen wir

$$a_{\max} - a_{\min} \geqslant i\,(b_{\min} + y) - a_{\min} \geqslant 0$$

oder

$$a_{\max} \geqslant i\,b_{\min} + i\,y \geqslant a_{\min} \quad . \quad . \quad (14)$$

Nun sehen wir aus (11), daß $E\,(I)$ desto größer, je kleiner y ist, dabei muß y die Bedingungen der Ungleichheiten (14) erfüllen.

Wenn

$$a_{\max} \geqslant i\,b_{\min} \geqslant a_{\min} \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

dann können wir $y = 0$ in (11) einsetzen und bekommen daraus

$$E\,(I)_{\max} = \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\min}} \quad . \quad . \quad (16)$$

Wenn aber

$$a_{\max} > i\,b_{\min}$$

und zugleich

$$i\,b_{\min} < a_{\min} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

dann suchen wir dasjenige kleinste y, welches noch den Bedingungen (14) entspricht. Aus (14) folgt:

$$a_{\max} - i\,b_{\min} \geqslant i\,y \geqslant a_{\min} - i\,b_{\min},$$

woraus

$$\frac{a_{\max} - i\,b_{\min}}{i} \geqslant y \geqslant \frac{a_{\min} - i\,b_{\min}}{i} \quad (18)$$

Aus (18) bekommen wir nun für das möglichst kleine y folgenden Ausdruck:

$$y_{\min} = \frac{a_{\min} - i\,b_{\min}}{i}.$$

Setzen wir dieses $y_{\min}$ in (11) ein, dann bekommen wir:

$$E\,(I)_{\max} = \pm \frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\min} + \frac{a_{\min} - i\,b_{\min}}{i}},$$

woraus

$$E(I)_{\max} = +\frac{100\, i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{\min}} \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Wenn

$$a_{\max} < i\, b_{\min},$$

dann sind die Bedingungen (14) bei keinem $y \geqslant 0$ (13) erfüllt, und wir können den Index I überhaupt bei keiner Kombination der Maße a und b bekommen.

Suchen wir jetzt den kleinsten wahrscheinlichen Fehler des Index I zu finden. Aus (11) folgt, daß wir $E(I)_{\min}$ bei möglichst großem y bekommen werden, wobei y den Bedingungen (13) und (14) unterworfen ist. Aus (13) folgt

$$y_{\max} = b_{\max} - b_{\min}.$$

Wenn dieses $y_{\max}$ die Bedingungen (14) erfüllt, dann erhalten wir aus (14), indem wir $y_{\max}$ statt y setzen:

$$a_{\max} \geqslant i\, b_{\min} + i\, b_{\max} - i\, b_{\min} \geqslant a_{\min}$$

oder

$$a_{\max} \geqslant i\, b_{\max} \geqslant a_{\min} \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Wenn also die Ungleichheiten (20) bestehen, so setzen wir $y_{\max}$ in (11) an Stelle des y ein und bekommen:

$$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\min} + b_{\max} - b_{\min}}$$

oder

$$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\max}} \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Wenn

$$a_{\max} < i\, b_{\max} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

und deshalb auch

$$i\, b_{\max} > a_{\min},$$

dann suchen wir ein solches $y'_{\max}$, welches noch die Bedingungen (14) erfüllt. Aus (18) sehen wir, daß

$$y'_{\max} = \frac{a_{\max} - i\, b_{\min}}{i}.$$

Setzen wir nun dieses $y'_{\max}$ in (11) ein, dann bekommen wir:

$$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\min} + \dfrac{a_{\max} - i\, b_{\min}}{i}}$$

oder

$$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\, i \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{\max}} \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Wenn

$$i\, b_{\max} < a_{\min},$$

dann sind die Bedingungen (14) nicht erfüllt und der Index I kann bei keiner Kombination der Maße a und b vorkommen.

Aus dem Gesagten folgt, daß die Ungleichheiten (15) bzw. (17) und (20) bzw. (22) diejenigen Kriterien sind, welche die Anwendung der Formeln (16) bzw. (19) und (21) bzw. (23) bestimmen.

Wenn die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der beiden Maße gleich sind, wie wir in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle annehmen werden, so vereinfachen sich die oben angegebenen Formeln, da in ihnen $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}$ durch $\alpha\sqrt{1 + i^2}$ ersetzt wird.

Beispiel. Es sei der größte und kleinste wahrscheinliche Fehler des Längen-Breitenindex 75 gesucht. Bezeichnen wir die Schädelbreite mit a und die Schädellänge mit b, nehmen den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der beiden Maße gleich ± 1 mm (Tasterzirkel!) und folgende Variationsgrenzen für die Maße selbst an[1]):

$a_{\min} = 130$ mm, $\quad a_{\max} = 160$ mm.
$b_{\min} = 160$ mm, $\quad b_{\max} = 210$ mm.

[1]) Diese Variationsgrenzen sind denjenigen sehr nahe, welche Broca für etwa 1500 Schädel gefunden hat. Broca (1879, IV, S. 772) gibt an:
$a_{\min} = 120$ mm, $\quad a_{\max} = 163$ mm.
$b_{\min} = 159$ mm, $\quad b_{\max} = 205$ mm.

Der Übersichtlichkeit halber gebe ich noch folgende Zusammenstellung an:

Kriterium	Formel	
	$\alpha \neq \beta$	$\alpha = \beta$
$a_{\max} \geqslant i\, b_{\min} \geqslant a_{\min}$	$E(I)_{\max} = \pm\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\min}}$	$E(I)_{\max} = \pm\frac{100\,\alpha\sqrt{1 + i^2}}{b_{\min}}$
$i\, b_{\min} < a_{\min}$	$E(I)_{\max} = \pm\frac{100\, i\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{\min}}$	$E(I)_{\max} = \pm\frac{100\, i\,\alpha\sqrt{1 + i^2}}{a_{\min}}$
$a_{\max} \geqslant i\, b_{\max} \geqslant a_{\min}$	$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{\max}}$	$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\,\alpha\sqrt{1 + i^2}}{b_{\max}}$
$a_{\max} < i\, b_{\max}$	$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\, i\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{\max}}$	$E(I)_{\min} = \pm\frac{100\,\alpha\, i\sqrt{1 + i^2}}{a_{\max}}$

Da

$$160 > 0{,}75 \,.\, 160 < 130,$$

so gelten in diesem Falle die Ungleichheiten (17) und infolgedessen wenden wir für $E(75)_{max}$ die Formel (19) an:

$$E(75)_{max} = \pm \frac{100 \,.\, 1 \,.\, 0{,}75 \sqrt{1 + 0{,}75^2}}{130} = \pm 0{,}72.$$

Da

$$160 > 0{,}75 \,.\, 210 > 130,$$

so haben wir hier die Ungleichheiten (20) und benutzen für $E(75)_{min}$ die Formel (21):

$$E(75)_{min} = \pm \frac{100 \,.\, 1 \,.\, \sqrt{1 + 0{,}75^2}}{210} = \pm 0{,}60.$$

Nehmen wir jetzt für beide Schädelmaße größere Variationsbreiten an und zwar[1]):

$$a_{min} = 100 \text{ mm}, \quad a_{max} = 175 \text{ mm},$$
$$b_{min} = 140 \text{ mm}, \quad b_{max} = 225 \text{ mm}.$$

Wir finden auf dieselbe Weise wie oben: $E(75)_{max} = \pm 0{,}89$ und $E(75)_{min} = \pm 0{,}54$. Daraus sehen wir, daß sehr beträchtliche Vergrößerungen der Variationsbreiten der Maße den maximalen und minimalen Fehler des Index verhältnismäßig unbedeutend beeinflußt haben.

Nehmen wir an, es sei uns ein Längen-Breitenindex 75 mitgeteilt, ohne daß wir dabei wissen, aus welchen Maßen dieser Index abgeleitet ist. Welchen wahrscheinlichen Fehler sollen wir einem solchen Index zuschreiben? Es wird wohl am richtigsten sein, wenn wir statt des unbekannten wahrscheinlichen Fehlers des Index 75 das arithmetische Mittel seines maximalen und minimalen Fehlers nehmen. Berücksichtigen wir die größeren Variationsbreiten der beiden Schädeldimensionen, so bekommen wir für den mittleren wahrscheinlichen Fehler des Längen-Breitenindex 75:

$$E(75) = \pm \frac{1}{2}(0{,}54 + 0{,}89) = \pm 0{,}72$$

oder abgerundet $\pm 0{,}7$. Im Falle der kleineren Variationsbreiten haben wir $E(75) = \pm 0{,}66$ oder abgerundet ebenfalls $\pm 0{,}7$. Wie aus diesem Beispiel folgt, verändert sich der mittlere wahrscheinliche Indexfehler sehr wenig mit den Vergrößerungen der Variationsbreiten der beiden Maße.

Wir wollen jetzt einige allgemeine Formeln für die mittleren wahrscheinlichen Indexfehler ableiten. Da wir je zwei Formeln für den maximalen und minimalen Fehler haben, so müssen wir für den mittleren Indexfehler vier verschiedene Formeln erhalten und zwar aus folgenden Kombinationen der oben abgeleiteten Formeln:

erste Formel aus den Formeln (16) und (21),
zweite „ „ „ „ (19) „ (21),
dritte „ „ „ „ (16) „ (23),
vierte „ „ „ „ (19) „ (23).

[1]) Diese Variationsbreiten sind denjenigen sehr nahe, welche Török für etwa 7000 und Bartels für etwa 15000 Schädel gefunden haben. Nach Bartels (Török 1905, S. 223):

$a_{min} = 101$ mm, $a_{max} = 173$ mm.

Nach Török (l. c.):

$b_{min} = 143$ mm, $b_{max} = 225$ mm.

Erste Formel:

$$E(I)_I = \pm \frac{1}{2}\left(\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{min}} + \frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{max}}\right) = \pm \frac{100\,(b_{min} + b_{max})\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,b_{min} \,.\, b_{max}} \quad (24)$$

Zweite Formel.

$$E(I)_{II} = + \frac{1}{2}\left(\frac{100\,i\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{min}} + \frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{max}}\right) = \pm \frac{100\,(a_{min} + i\,b_{max}) \,.\, \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,a_{min}\,b_{max}} \quad (25)$$

Dritte Formel.

$$E(I)_{III} = + \frac{1}{2}\left(\frac{100\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{b_{min}} + \frac{100\,i\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{max}}\right) = \pm \frac{100\,(a_{max} + i\,b_{min})\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,a_{max} \,.\, b_{min}} \quad (26)$$

Vierte Formel.

$$E(I)_{IV} = \pm \frac{1}{2}\left(\frac{100\,i\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{min}} + \frac{100\,i\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{a_{max}}\right) = \pm \frac{100\,i\,(a_{min} + a_{max})\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,a_{min} \,.\, a_{max}} \quad (27)$$

Um die Anwendung obiger Formeln zu erleichtern, gebe ich noch folgende Zusammenstellung an:

Erstes Kriterium	Zweites Kriterium	Formel
$a_{max} \geqslant i\,b_{min} \geqslant a_{min}$	$a_{max} \geqslant i\,b_{max} \geqslant a_{min}$	$+ \frac{100\,(b_{min} + b_{max})\,\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,b_{min} \,.\, b_{max}}$
$i\,b_{min} < a_{min}$	$a_{max} \geqslant i\,b_{max} \geqslant a_{min}$	$+ \frac{100\,(a_{min} + i\,b_{max})\,\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,a_{min} \,.\, b_{max}}$
$a_{max} \geqslant i\,b_{min} \geqslant a_{min}$	$a_{max} < i\,b_{max}$	$+ \frac{100\,(a_{max} + i\,b_{min})\,\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,a_{max} \,.\, b_{min}}$
$i\,b_{min} < a_{min}$	$a_{max} < i\,b_{max}$	$+ \frac{100\,i\,(a_{min} + a_{max})\,\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}}{2\,a_{min} \,.\, a_{max}}$

Wenn die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler beider Maße gleich sind, dann können wir die obigen Formeln vereinfachen, indem wir $\alpha\sqrt{1 + i^2}$ statt $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}$ substituieren [1]).

Beispiel. Es sei gesucht der mittlere wahrscheinliche Fehler des Nasenindex 50. Die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der beiden Nasenmaße seien dabei gleich $\pm 0{,}5$ mm. Setzen wir für die Nasenbreite a und Nasenhöhe b folgende Variationsgrenzen ein [2]):

$$a_{min} = 18 \text{ mm}, \quad a_{max} = 31 \text{ mm},$$
$$b_{min} = 37 \text{ mm}, \quad b_{max} = 61 \text{ mm}.$$

Da in diesem Falle

$$a_{max} > i\,b_{min} > a_{min},$$
$$a_{max} > i\,b_{max} > a_{min},$$

so benutzen wir die vereinfachte Formel (24):

$$E(50) = \pm \frac{100\,(37 + 61)\,.\,0{,}5\,.\,\sqrt{1 + 0{,}5^2}}{2\,.\,37\,.\,61}$$
$$= \pm 1{,}14.$$

Um die Verteilung der mittleren wahrscheinlichen Fehler innerhalb einer Indexart zu eruieren, brauchen wir dieselben nur für eine kleine Anzahl von Indices zu berechnen. Wir finden z. B. für die Längen-Breitenindices am Schädel folgende mittlere wahrscheinliche Fehler, wenn wir den beiden Schädelmaßen die früher schon angegebenen größeren Variationsbreiten und den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler gleich ± 1 mm zuschreiben:

$E(65) = \pm 0{,}66$	$E(85) = \pm 0{,}79$
$E(70) = \pm 0{,}69$	$E(90) = \pm 0{,}82$
$E(75) = \pm 0{,}72$	$E(95) = \pm 0{,}86$
$E(80) = \pm 0{,}76$	$E(100) = \pm 0{,}90$

Da die mittleren wahrscheinlichen Fehler der Längen-Breitenindices verhältnismäßig wenig variieren, so können wir der Einfachheit halber allen diesen Indices einen und denselben mittleren Fehler zuschreiben, den wir als arithmetischen Mittelwert aus den oben angegebenen Fehlern bekommen. Das ist um so mehr erlaubt, weil wir die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der Maße nicht ganz genau feststellen können. Für diesen neuen Fehler, den wir einfach als Genauigkeitsfehler (G) bezeichnen werden, erhalten wir im Falle von Längen-Breitenindices:

$$G \text{ (Längen-Breitenindex)} = \pm\tfrac{1}{8}\,(0{,}66 + 0{,}69 + 0{,}72 + 0{,}76 + 0{,}79 + 0{,}82 + 0{,}86 + 0{,}90)$$
$$= \pm 0{,}78 \text{ oder abgerundet } = \pm 0{,}8.$$

Zur Berechnung von G (LBI) könnten wir auch nur die mittleren Fehler der Grenzindices 65 und 100 benutzen, wir würden dann ebenfalls $\pm 0{,}78$ oder abgerundet $\pm 0{,}8$ erhalten; im allgemeinen aber ist es ratsamer, nicht nur die mittleren Fehler der Grenzindices, sondern auch diejenigen einiger dazwischenstehender Indices zu benutzen, um die eventuellen aus der unrichtigen Feststellung der Indexgrenzen und der unregelmäßigen Verteilung der mittleren Fehler vorkommenden Fehler zu beseitigen.

[1]) Im Anhange gebe ich für die häufigsten Werte von i, α und β einige Tabellen von $\sqrt{1 + i^2}$ und $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 i^2}$ an.

[2]) Diese Variationsgrenzen sind von Broca (1879, IV, S. 780) für etwa 1500 Schädel gefunden.

Nachdem wir nun den Genauigkeitsfehler der Längen-Breitenindices gleich $\pm 0{,}8$ gefunden, haben wir damit die vollständige Wertlosigkeit der Dezimalen bei diesen Indices festgestellt. Tatsächlich, wenn wir die Dezimalen bei diesen Indices abrunden, so können wir damit höchstens einen Fehler von $\pm 0{,}5$ begehen, der also innerhalb des Genauigkeitsfehlers $\pm 0{,}8$ liegt. Für die Differenz zweier Längen-Breitenindices können wir beim Abrunden der Dezimalen einen Fehler höchstens von 0,9 begehen (z. B. $83{,}5 - 80{,}4 = 3{,}1$, wir schreiben aber: $84 - 80 = 4$), der ebenfalls innerhalb des wahrscheinlichen Genauigkeitsfehlers $\pm\sqrt{0{,}8^2 + 0{,}8^2} = \pm 1{,}12$ dieser Differenz liegt.

Es ist in den exakten Wissenschaften üblich, beim Resultate noch die erste ungenaue Dezimalstelle anzugeben, wir können aber hier darauf verzichten und zwar aus folgenden Gründen.

Die individuellen Indices haben in der Anthropologie keine große Bedeutung, da wir uns nicht mit den einzelnen Individuen, sondern mit Aggregaten derselben beschäftigen. Die individuellen Werte sind also nur Hilfsmittel, um die Charakteristika der Aggregate zu bekommen. Zu letzteren gehören z. B. Mittelwerte, stetige Abweichungen („standard deviations") usw., die selbst mit gewissen wahrscheinlichen Fehlern behaftet sind und deshalb nur eine beschränkte Zahl von genauen Dezimalstellen besitzen. Nun ist es leicht zu zeigen, daß die Dezimalen der individuellen Indices bei größerer Zahl der Individuen nur auf ungenaue Stellen dieser Charakteristika einwirken [1]). In der anthropologischen Literatur können wir dafür viele Beispiele finden. Czekanowski (1906, S. 55) hat z. B. durch Addition und Division von 117 Längen-Breitenindices als Mittel 83,627 gefunden, wobei er bei allen diesen Indices zwei Dezimalstellen berücksichtigt hat. Nun berechnet Czekanowski den gleichen Mittelwert auch auf andere Weise, wobei er nur ganze Zahlen berücksichtigt und folgende Werte findet:

durch direkte Addition	83,627
bei Klasseneinteilung 83,5 — 84,5	83,615
„ „ 85,5 — 87,5	83,560

Da der wahrscheinliche Fehler des Mittelwertes in diesem Falle $\pm 0{,}24$ beträgt, so ist schon die erste Dezimale ungenau und es genügt, 83,6 als Mittelwert zu nehmen, welches Resultat wir ebensogut bei Berücksichtigung der Dezimalen wie auch bei Abrunden derselben bekommen.

In den exakten Wissenschaften hat es einen Sinn, auch eine oder zwei ungenaue Stellen anzugeben, da es sich dort gewöhnlich um solche Resultate handelt, die auch von anderen Forschern nachgeprüft werden können. Dort aber, wo die Messung nur einmal vorgenommen wird und meistens nicht wiederholt werden kann (Somatometrie!), ist die Anführung der ungenauen Dezimalstellen nicht nur zwecklos, sondern sie „stört auch die Übersichtlichkeit", wie Mollison (1908, S. 534) treffend bemerkt hat. Auch Rücksichten auf Zeit- und Platzersparnis (Tabellen!) sollen nicht ganz außer Betracht bleiben.

In bezug auf das oben Gesagte möchte ich folgende Regel für das Schreiben von individuellen Indices vorschlagen: Wenn der Genauigkeitsfehler mehr als fünf Einheiten einer Dezimalstelle beträgt, so wird die erste ungenaue Stelle zur vorangehenden genauen abgerundet; wenn der Genauigkeitsfehler dagegen weniger als fünf Einheiten einer Dezimalstelle beträgt, so gibt man auch diese erste ungenaue Stelle an. Da der Genauigkeitsfehler der Längen-Breitenindices größer als 0,5 ist, so schreiben wir also diese Indices ohne Dezimalen. Würden wir aber für irgend eine Indexart den Genauigkeitsfehler gleich $\pm 0{,}04$ bekommen, so müßten wir bei solchen Indices zwei Stellen nach dem Komma angeben.

Da es von vornherein klar ist, daß verschiedene Indexarten nicht gleiche Genauigkeitsfehler besitzen, so werden wir uns im folgenden Kapitel mit der Eruierung der Genauigkeitsfehler einiger Indices beschäftigen.

II. Genauigkeitsfehler einiger anthropologischer Indices.

Es wäre heute noch verfrüht, die Genauigkeitsfehler aller gegenwärtig gebrauchten Indices zu berechnen. Viele dieser Indices sind erst für wenige Gruppen bestimmt, so daß wir weder ihre normalen Variationsgrenzen für die ganze Menschheit noch ihren rassendiagnostischen

[1]) Ausführliches darüber im III. Kapitel.

Wert kennen. Andere Indices sind wieder aus solchen Maßen berechnet, welche von verschiedenen Autoren verschieden genommen werden, wodurch sich ihre Angaben nicht miteinander vergleichen lassen. Deshalb habe ich mich nur auf einige öfter gebrauchte kraniometrische und kephalometrische Indices beschränkt [1]). Da die wahrscheinlichen Beobachtungsfehler der hier in Betracht kommenden Maße nur approximativ angenommen sind, so schreibe ich den unten angeführten Resultaten ebenfalls nur einen approximativen Wert zu. Es handelt sich vielmehr darum, die oben entwickelten theoretischen Gesichtspunkte zu illustrieren und ihre Bedeutung mit einigen Beispielen klar zu machen.

Bei der Zusammenstellung der unten angegebenen kleinen Tabellen der Variationsgrenzen der Maße und Indices [2]) habe ich mich absichtlich nur auf ein paar größere Gruppen beschränkt, was für die Festsetzung dieser Variationsgrenzen durchaus genügt. Dabei habe ich fast immer die in der Literatur gefundenen Variationsgrenzen noch um etwas vergrößert, um dadurch noch größere, mir eventuell unbekannt gebliebene Variationsbreiten mitberücksichtigen zu können.

Kraniometrische Indices.

1. Längen-Breitenindex.

Oben habe ich schon an verschiedenen Stellen den Längen-Breitenindex ziemlich ausführlich betrachtet und folgenden Genauigkeitsfehler für ihn gefunden (S. 9):

$$G(LBI) = \pm 0{,}8.$$

2. Längen-Höhenindex.

Als die Variationsgrenzen der Schädellänge (b) können wir die oben angegebenen Werte (S. 8) annehmen. Für die Variationsgrenzen der Basion-Bregmahöhe (a) haben Broca (1879, IV, S. 775 u. 776) für 1550 und Török (1905, S. 224) für 6414 Schädel folgende Werte ermittelt: nach Broca: $a_{min} = 106$ mm, $a_{max} = 150$ mm; nach Török: $a_{min} = 102$ mm, $a_{max} = 157$ mm.

Török hat dabei die ganze Schädelhöhe (Basion-Vertex senkrecht zur Frankfurter Horizontale) gemessen, die gewöhnlich nur um 1 bis 2 mm größer als die Basion-Bregmahöhe ist.

In bezug auf das Gesagte nehme ich für die hier in Betracht kommenden Maße folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{min} = 100 \text{ mm}, \quad a_{max} = 150 \text{ mm},$$
$$b_{min} = 140 \text{ mm}, \quad b_{max} = 225 \text{ mm}.$$

Als den Beobachtungsfehler beider Schädelmaße nehme ich, da sie mit dem Tasterzirkel gemessen werden, ± 1 mm an.

Über die Variationsgrenzen des Längen-Höhenindex kann uns folgende Tabelle orientieren:

Längen-Höhenindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	62	84	Frizzi (1909, Tab. I)
Engländer .	58	80	Macdonell (1904, Tab. I u. III)
Australier .	65	83	Klaatsch (1908, S. 146)
Birmanen .	73	86	Turner (1899, S. 731)

Im Hinblick auf diese Tabelle nehme ich als Variationsbreite des Längen-Höhenindex 60 bis 90 an und finde folgende mittlere wahrscheinliche Fehler:

$$E(60) = \pm 0{,}61 \quad | \quad E(80) = \pm 0{,}80$$
$$E(65) = \pm 0{,}66 \quad | \quad E(85) = \pm 0{,}84$$
$$E(70) = \pm 0{,}71 \quad | \quad E(90) = \pm 0{,}89$$
$$E(75) = \pm 0{,}76$$

Daraus folgt:

$$G(LHI) = \pm 0{,}75$$
oder abgerundet $= \pm 0{,}8$.

3. Längen-Ohrhöhenindex.

Die Variationsgrenzen der Schädellänge (b) bleiben dieselben wie bei Längen-Breiten- und Längen-Höhenindex; über diejenigen der Ohr-Bregmahöhe (a) kann uns folgende Tabelle Aufschluß geben:

Ohr-Bregmahöhe.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	97	138	Frizzi (1909, Tab. I)
Engländer .	97	125	Macdonell (1904, Tab. III u. IV)
Naqada . .	95	128	Fawcett (1902, Tab. III u. IV)

Deshalb nehme ich folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{min} = 95 \text{ mm}, \quad a_{max} = 140 \text{ mm},$$
$$b_{min} = 140 \text{ mm}, \quad b_{max} = 225 \text{ mm}.$$

[1]) An anderer Stelle werde ich die Genauigkeitsfehler einiger osteometrischer Indices besprechen.

[2]) Bei den individuellen Indices aller Autoren habe ich die Dezimalen stets abgerundet.

Der Beobachtungsfehler der Schädellänge bleibt wie früher gleich ± 1 mm; für denjenigen der Ohr-Bregmahöhe müssen wir aber etwas mehr annehmen und zwar wegen des nicht ganz leichten Meßverfahrens mit dem Stangenzirkel und wegen des oft nicht ganz genau bestimmbaren Porions. Als den Beobachtungsfehler der Ohr-Bregmahöhe setze ich $\pm 1{,}5$ mm ein.

Die Variationsbreiten des betrachteten Index zeigt uns folgende Tabelle.

Längen-Ohrhöhenindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	55	80	Frizzi (1909, Tab. I)
Maori . . .	55	71	Mollison (1908, Tab. 2)
Altägypter .	56	69	Oetteking (1909, S. 87)

Wollen wir eine Variationsbreite von 55 bis 80 berücksichtigen, dann finden wir:

$$E(55) = \pm 0{,}82 \quad | \quad E(70) = \pm 1{,}01$$
$$E(60) = \pm 0{,}87 \quad | \quad E(75) = \pm 1{,}05$$
$$E(65) = \pm 0{,}94 \quad | \quad E(80) = + 1{,}09$$

Daraus ergibt sich

$$G(LOhI) = \pm 0{,}96$$
oder abgerundet $= \pm 1{,}0$.

4. Sagittaler Wölbungsindex des Frontale.

Über die Variationsgrenzen der hier in Betracht kommenden Maße geben uns Aufschluß folgende Tabellen.

Frontalsehne.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	95	129	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	100	122	Oetteking (1909, S. 77)
Chinesen . .	97	127	Haberer (1902, S. 74)
Telengeten .	98	122	Reicher[1])

Frontalbogen.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	99	153	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	115	145	Oetteking (1909, S. 77)
Australier .	113	144	Brackebusch (1905, Tab.)

[1]) Meinem Freunde, Herrn M. Reicher, verdanke ich die Mitteilung der Variationsgrenzen zahlreicher Merkmale bei Burjaten, Chinesen, Kalmücken, Telengeten und Torgouten. Diese Angaben sind seiner zurzeit noch unpublizierten Arbeit entnommen.

In bezug auf obige Tabellen nehme ich für die Frontalsehne (a) und den Frontalbogen (b) folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{min} = 90 \text{ mm}, \quad a_{max} = 130 \text{ mm},$$
$$b_{min} = 95 \text{ mm}, \quad b_{max} = 150 \text{ mm}.$$

Den Beobachtungsfehler der Nasion-Bregmasehne setze ich gleich $\pm 0{,}5$ mm ein (Gleitzirkel), denjenigen des Nasion-Bregmabogens müssen wir aber größer, und zwar wenigstens gleich ± 1 mm annehmen, da dieser Bogen mit Bandmaß gemessen wird.

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Sagittaler Wölbungsindex des Frontale.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	77	97	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	83	97	Oetteking (1909, S. 87)
Telengeten .	80	96	Reicher

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 80 bis 95 mm, dann erhalten wir folgende mittlere Indexfehler:

$$E(80) = \pm 0{,}73 \quad | \quad E(90) = \pm 0{,}87$$
$$E(85) = \pm 0{,}79 \quad | \quad E(95) = \pm 0{,}95$$

Daraus folgt:

$$G(\text{Wölbungsindex des Frontale}) = \pm 0{,}83$$
oder abgerundet $= \pm 0{,}8$.

5. Sagittaler Wölbungsindex des Parietale.

Über die Variationsbreiten der Parietalsehne (a) und des Parietalbogens (b) orientieren uns folgende Tabellen.

Parietalsehne.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	91	135	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten .	90	124	Reicher
Chinesen . .	96	—	Poniatowski (1909, S. 168)
„ . .	—	132	Haberer (1902, S. 83)

Parietalbogen.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	98	151	Frizzi (1909, Tab. I)
Birmanen .	94	140	Poniatowski[1])
Chinesen . .	103	—	Poniatowski (1909, S. 168)
„ . .	—	143	Haberer (1902, S. 83)

[1]) Die Angaben betreffend die Variationsgrenzen verschiedener Merkmale bei den Birmanen sind meiner noch unpublizierten Arbeit über die Anthropologie der Birmanen entnommen.

Aus diesen Tabellen folgt, daß wir für a und b dieselben Variationsgrenzen annehmen können wie oben unter 4 und zwar:

$a_{min} = 90$ mm, $a_{max} = 130$ mm,
$b_{min} = 95$ mm, $b_{max} = 150$ mm.

Die Beobachtungsfehler der beiden Maße bleiben ebenfalls dieselben wie unter 4.

Über die Variationsbreiten des betrachteten Index gibt uns folgende Tabelle Aufschluß.

Sagittaler Wölbungsindex des Parietale.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler	74	98	Frizzi (1909, Tab. I)
Kalmücken. . .	82	92	Reicher
Telengeten. . .	87	100	„
Birmanen . . .	84	95	Poniatowski

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 75 bis 100, dann erhalten wir folgende mittlere Indexfehler:

$E(75) = \pm 0{,}68$ | $E(90) = \pm 0{,}87$
$E(80) = \pm 0{,}73$ | $E(95) = \pm 0{,}95$
$E(85) = \pm 0{,}79$ | $E(100) = \pm 1{,}02$

Daraus folgt:

G (Wölbungsindex des Parietale) $= \pm 0{,}84$
oder abgerundet $= \pm 0{,}8$.

6. Sagittaler Wölbungsindex des Occipitale.

Folgende Tabellen geben uns Aufschluß über die Variationsgrenzen der hier in Betracht kommenden Maße.

Occipitalsehne.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler	78	112	Frizzi (1909, Tab. I)
Birmanen . . .	81	106	Poniatowski
Altägypter . . .	85	108	Oetteking (1909, S. 77)
Chinesen. . . .	88	115	Haberer (1902, S. 86)

Occipitalbogen.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler	94	144	Frizzi (1909, Tab. I)
Birmanen . . .	90	128	Poniatowski
Chinesen. . . .	102	—	Reicher
„	—	143	Haberer (1902, S. 86)
Altägypter . . .	103	132	Oetteking (1909, S. 77)

In bezug auf obige Tabellen nehme ich für die Occipitalsehne (a) und den Occipitalbogen (b) folgende Variationsgrenzen an:

$a_{min} = 75$ mm, $a_{max} = 115$ mm,
$b_{min} = 90$ mm, $b_{max} = 145$ mm.

Die Beobachtungsfehler der Maße bleiben dieselben wie unter 4 und 5, und zwar $\pm 0{,}5$ mm für die Sehne und ± 1 mm für den Bogen.

Über die Variationsbreite des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Sagittaler Wölbungsindex des Occipitale.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . . .	72	97	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten. .	75	91	Reicher
Birmanen . .	79	91	Poniatowski

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 70 bis 100, dann bekommen wir:

$E(70) = + 0{,}77$ | $E(90) = \pm 0{,}96$
$E(80) = \pm 0{,}83$ | $E(100) = \pm 1{,}11$

Daraus folgt:

G (Wölbungsindex des Occipitale) $= \pm 0{,}92$
oder abgerundet $= \pm 0{,}9$.

7. Transversaler Frontalindex.

Über die Variationsgrenzen der kleinsten Stirnbreite (a) und der größten Stirnbreite (b) geben uns folgende Tabellen Aufschluß.

Kleinste Stirnbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
ca. 1500 Schädel, versch. Rassen	80	112	Broca (1879, IV, S. 775)
Tiroler . . .	86	116	Frizzi (1909, Tab. I)
Burjaten. . .	82	109	Reicher

Größte Stirnbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . . .	110	155	Frizzi (1909, Tab. I)
Chinesen. . .	99	140	Haberer (1902, S. 74)
Altägypter. .	100	126	Oetteking (1909, S. 76)

In bezug auf obige Tabellen berücksichtige ich folgende Variationsgrenzen:

$a_{min} = 80$ mm, $a_{max} = 115$ mm,
$b_{min} = 95$ mm, $b_{max} = 155$ mm.

Da beide hier in Betracht kommenden Schädelmaße ziemlich genau mit dem Gleitzirkel gemessen werden können, so nehme ich als ihre Beobachtungsfehler $\pm 0{,}5$ mm an.

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Transversaler Frontalindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	71	88	Frizzi (1909, Tab. II)
Altägypter .	74	99	Oetteking (1909, S. 87)
Birmanen .	73	86	Poniatowski

Setzen wir als Variationsgrenzen des betrachteten Index 70 und 100 ein, dann erhalten wir:

$E(70) = \pm 0{,}46$ | $E(90) = \pm 0{,}62$
$E(75) = \pm 0{,}50$ | $E(95) = \pm 0{,}65$
$E(80) = \pm 0{,}54$ | $E(100) = \pm 0{,}69$
$E(85) = \pm 0{,}58$ |

Daraus ergibt sich

G (transversaler Frontalindex) $= \pm 0{,}58$
oder abgerundet $= \pm 0{,}6$.

8. Transversaler Frontoparietalindex.

Die Variationsbreiten der kleinsten Stirnbreite (a) und der größten Schädelbreite (b) haben wir schon oben unter 1 und 7 bestimmt und zwar:

$a_{min} = 80$ mm, $a_{max} = 115$ mm,
$b_{min} = 100$ mm, $b_{max} = 175$ mm.

Den Beobachtungsfehler der kleinsten Stirnbreite setzen wir wie unter 7 gleich $\pm 0{,}5$ mm und denjenigen der größten Schädelbreite gleich ± 1 mm ein.

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Transversaler Frontoparietalindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	58	76	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	57	76	Oetteking (1909, S. 87)
Kalmücken.	57	72	Reicher
Birmanen .	58	74	Poniatowski

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 55 bis 75, dann erhalten wir:

$E(55) = \pm 0{,}47$ | $E(70) = \pm 0{,}63$
$E(60) = \pm 0{,}50$ | $E(75) = \pm 0{,}72$
$E(65) = \pm 0{,}55$ |

Daraus folgt:

G (Transversaler Frontoparietalindex) $= \pm 0{,}58$
oder abgerundet $= \pm 0{,}6$.

9. Ganzgesichtsindex.

In der Literatur finden wir folgende Variationsbreiten der hier in Betracht kommenden Maße.

Ganzgesichtshöhe.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . . .	95	137	Frizzi (1909, Tab. II)
Altägypter . .	99	131	Oetteking (1909, S. 78)
Birmanen . .	96	—	Poniatowski
„ . . .	—	130	Turner (1899, S. 733)

Jochbogenbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
ca. 1500 Schädel, versch. Rassen	108	152	Broca (1879, IV, S. 779)
Tiroler . . .	114	155	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten . .	117	153	Reicher
Australier . .	110	145	Basedow (1910, S. 180)

Berücksichtigen wir noch, daß sich bei einem normalen Schweizerschädel der Zürcher Anthropologischen Sammlung eine Gesichtshöhe von 154 mm findet, so können wir folgende Variationsgrenzen der Ganzgesichtshöhe (a) und der Jochbogenbreite (b) annehmen:

$a_{min} = 95$ mm, $a_{max} = 150$ mm,
$b_{min} = 110$ mm, $b_{max} = 150$ mm.

Als Beobachtungsfehler beider Maße können wir $\pm 0{,}5$ mm annehmen, da diese Maße leicht mit dem Gleitzirkel gemessen werden.

Die Variationsgrenzen des betrachteten Index zeigt uns folgende Tabelle.

Ganzgesichtsindex.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Altägypter .	78	101	Oetteking (1909, S. 88)
Birmanen .	72	99	Turner (1899, S. 731 u. 733)
Schweizer .	71	103	Czekanowski (1907, Tab.)

Nehmen wir eine Variationsbreite von 70 bis 100 an, dann erhalten wir:

$E(70) = \pm 0{,}44$ | $E(90) = \pm 0{,}53$
$E(80) = \pm 0{,}48$ | $E(100) = \pm 0{,}56$

Daraus folgt: G (Ganzgesichtsindex) $= \pm 0{,}5$.

10. Obergesichtsindex.

Die Variationsgrenzen der Jochbogenbreite und die Beobachtungsfehler der Maße bleiben dieselben wie bei dem Ganzgesichtsindex. Über die Variationsbreiten der Obergesichtshöhe und des betrachteten Index geben uns folgende Tabellen Aufschluß.

Obergesichtshöhe.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	51	87	Frizzi (1909, Tab. I)
Naqada . .	52	78	Fawcett (1902, Tab. III u. IV)
Schweizer .	55	92	Czekanowski (1907, Tab.)

Obergesichtsindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	43	63	Frizzi (1909, Tab. I)
Schweizer .	41	70	Czekanowski (1907, Tab.)
Altägypter .	47	63	Oetteking (1909, S. 88)

In bezug auf obige Tabellen berücksichtige ich für die Maße folgende Variationsgrenzen:

$a_{min} = 50$ mm, $a_{max} = 90$ mm,
$b_{min} = 110$ mm, $b_{max} = 150$ mm,

und für den Index eine Variationsbreite von 40 bis 70. Wir finden:

$E(40) = \pm 0{,}40$ | $E(60) = \pm 0{,}46$
$E(50) = \pm 0{,}44$ | $E(70) = \pm 0{,}50$

Daraus folgt:

G (Obergesichtsindex) $= \pm 0{,}45$
oder abgerundet $= \pm 0{,}5$.

11. Kraniofacialindex.

Die Variationsbreiten und Beobachtungsfehler der Jochbogenbreite (a) und der größten Schädelbreite (b) sind oben unter 1 und 9 besprochen. Dort haben wir angenommen:

$a_{min} = 110$ mm, $a_{max} = 150$ mm,
$b_{min} = 100$ mm, $b_{max} = 175$ mm.

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Kraniofacialindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Altägypter .	78	102	Oetteking (1909, S. 89)
Telengeten .	83	101	Reicher
Birmanen .	77	99	Poniatowski

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 75 bis 105, dann bekommen wir:

$E(75) = \pm 0{,}56$ | $E(95) = \pm 0{,}79$
$E(80) = \pm 0{,}61$ | $E(100) = \pm 0{,}88$
$E(85) = \pm 0{,}67$ | $E(105) = \pm 0{,}97$
$E(90) = \pm 0{,}73$ |

Daraus folgt:

G (Kraniofacialindex) $= \pm 0{,}74$
oder abgerundet $= \pm 0{,}7$.

12. Jugofrontalindex.

Die Variationsgrenzen der kleinsten Stirnbreite (a) und der Jochbogenbreite (b) bleiben dieselben wie unter 7 und 9 und zwar:

$a_{min} = 80$ mm, $a_{max} = 115$ mm,
$b_{min} = 110$ mm, $b_{max} = 150$ mm.

Die Beobachtungsfehler dieser beiden Maße bleiben ebenfalls wie früher gleich $\pm 0{,}5$ mm.

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Jugofrontalindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	70	81	Frizzi (1909, Tab. II)
Altägypter .	64	81	Oetteking (1909, S. 89)
Telengeten .	60	80	Reicher
Birmanen .	65	78	Poniatowski

Nehmen wir als Variationsgrenzen 60 und 85 an, dann erhalten wir:

$E(60) = \pm 0{,}41$ | $E(75) = \pm 0{,}49$
$E(65) = \pm 0{,}44$ | $E(80) = \pm 0{,}51$
$E(70) = \pm 0{,}47$ | $E(85) = \pm 0{,}54$

Daraus folgt:

G (Jugofrontalindex) $= \pm 0{,}48$
oder abgerundet $= \pm 0{,}5$.

13. Jugomandibularindex.

Über die Variationsgrenzen der Winkelbreite des Unterkiefers orientiert uns folgende Tabelle.

Winkelbreite des Unterkiefers.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	84	112	Frizzi (1909, Tab. II)
Altägypter .	79	112	Oetteking (1909, S. 80)
Naqada . .	92	125	Fawcett (1902, Tab. IV u. VII)
Australier .	76	109	Brackebusch (1905, Tab.)

In bezug auf obige Tabelle berücksichtige ich folgende Variationsgrenzen des in Frage kommenden Maßes:

$a_{min.} = 75$ mm, $a_{max.} = 125$ mm,

während

$b_{min.} = 110$ mm, $b_{max.} = 150$ mm

die Variationsgrenzen der Jochbogenbreite (9) darstellen.

Der Beobachtungsfehler der Jochbogenbreite bleibt wie früher gleich $\pm 0{,}5$ mm, für denjenigen der Winkelbreite des Unterkiefers müssen wir dagegen wenigstens ± 1 mm annehmen, da

die beiden Gonia sehr oft nicht genau zu bestimmen sind.

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Jugomandibularindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Altägypter .	64	88	Oetteking (1909, S. 89)
Birmanen .	64	85	Poniatowski

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 60 bis 90, dann bekommen wir:

$E(60) = \pm 0{,}76$ | $E(80) = \pm 0{,}85$
$E(65) = \pm 0{,}80$ | $E(85) = \pm 0{,}87$
$E(70) = \pm 0{,}83$ | $E(90) = \pm 0{,}89$
$E(75) = \pm 0{,}84$ |

Daraus folgt:

G (Jugomandibularindex) $= \pm 0{,}83$
oder abgerundet $= \pm 0{,}8$.

14. Frontobiorbitalindex.

Über die Variationsgrenzen der äußeren orbitalen Gesichtsbreite (*b*) orientiert uns folgende Tabelle.

Äußere orbitale Gesichtsbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Altägypter .	88	113	Oetteking (1909, S. 77)
Birmanen .	95	115	Poniatowski
Kalmücken	93	122	Reicher
Burjaten . .	98	121	„

Die Variationsgrenzen der kleinsten Stirnbreite (*a*) bleiben dieselben wie unter 7. Wir nehmen an:

$a_{min} = 80$ mm, $a_{max} = 115$ mm,
$b_{min} = 85$ mm, $b_{max} = 120$ mm.

Da beide Maße leicht mit dem Gleitzirkel gemessen werden, so setzen wir ihre Beobachtungsfehler gleich $\pm 0{,}5$ ein.

Die Variationsgrenzen des betrachteten Index zeigt uns folgende Tabelle.

Frontobiorbitalindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Australier .	74	86	Klaatsch (1908, S. 113)
Altägypter .	81	101	Oetteking (1909, S. 89)
Birmanen .	82	96	Poniatowski

Nehmen wir eine Variationsbreite von 75 bis 100 an, dann finden wir:

$E(75) = \pm 0{,}55$ | $E(90) = \pm 0{,}66$
$E(80) = \pm 0{,}59$ | $E(95) = \pm 0{,}68$
$E(85) = \pm 0{,}63$ | $E(100) = \pm 0{,}70$

Daraus folgt:

G (Frontobiorbitalindex) $= \pm 0{,}63$
oder abgerundet $= \pm 0{,}6$.

15. Interorbitalindex.

Über die Variationsgrenzen der Interorbitalbreite (*a*) und der inneren orbitalen Gesichtsbreite (*b*) orientieren uns folgende Tabellen.

Interorbitalbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	17	28	Frizzi (1909, Tab. II)
Altägypter .	18	29	Oetteking (1909, S. 78)
Australier .	17	29	Klaatsch (1908, S. 72)

Innere orbitale Gesichtsbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Altägypter .	82	104	Oetteking (1909, S. 77)
Birmanen .	87	108	Poniatowski

Im Hinblick auf diese Tabelle nehme ich an:

$a_{min} = 15$ mm, $a_{max} = 30$ mm,
$b_{min} = 80$ mm, $b_{max} = 115$ mm.

Die Beobachtungsfehler beider Maße setze ich gleich $\pm 0{,}5$ mm ein (Gleitzirkel).

Die Variationsgrenzen des betrachteten Index zeigt uns folgende Tabelle.

Interorbitalindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Altägypter .	21	29	Oetteking (1909, S. 88)
Birmanen .	17	24	Poniatowski

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 15 bis 30, dann finden wir:

$E(15) = \pm 0{,}52$ | $E(25) = \pm 0{,}55$
$E(20) = \pm 0{,}54$ | $E(30) = \pm 0{,}58$

Daraus folgt:

G (Interorbitalindex) $= \pm 0{,}54$
oder abgerundet $= \pm 0{,}5$.

16. Orbitalindex.

Über die Variationsgrenzen der Orbitalhöhe (a) und Orbitalbreite (b) orientieren uns folgende Tabellen.

Orbitalhöhe.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	29	42	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten .	28	41	Reicher
Chinesen . .	29	—	Haberer (1902, S. 105)
„ . .	—	42	Reicher

Orbitalbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	37	48	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	37	46	Oetteking (1909, S. 78)
Birmanen .	35	45	Poniatowski
Kalmücken	39	47	Reicher

In bezug auf diese Tabellen nehme ich folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{\min} = 25\text{ mm}, \quad a_{\max} = 45\text{ mm},$$
$$b_{\min} = 35\text{ mm}, \quad b_{\max} = 50\text{ mm}.$$

Da die beiden Maße leicht mit Gleitzirkel meßbar sind, setze ich ihre Beobachtungsfehler gleich $\pm$ 0,5 mm ein.

Die Variationsgrenzen des betrachteten Index zeigt uns folgende Tabelle.

Orbitalindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	68	95	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten .	68	95	Reicher
Kalmücken	67	90	„
Chinesen .	75	98	Poniatowski (1909, S. 171)

Nehmen wir als Variationsgrenzen 65 und 100 an, dann bekommen wir:

$$E(65) = \pm 1{,}37 \quad | \quad E(85) = \pm 1{,}59$$
$$E(70) = \pm 1{,}46 \quad | \quad E(90) = \pm 1{,}64$$
$$E(75) = \pm 1{,}52 \quad | \quad E(95) = \pm 1{,}71$$
$$E(80) = \pm 1{,}55 \quad | \quad E(100) = \pm 1{,}76$$

Daraus folgt:

$$G\text{ (Orbitalindex)} = \pm 1{,}58$$
oder abgerundet $= \pm 1{,}6$.

17. Nasenindex.

Die Variationsbreiten der Nasenmaße zeigen uns folgende Tabellen.

Nasenbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Versch. Rass.	18	31	Broca (1879, IV, S. 780)
Tiroler . .	19	36	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten .	21	33	Reicher
Chinesen . .	19	28	Haberer (1902, S. 110)

Nasenhöhe.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Versch. Rass.	37	61	Broca (1879, IV S. 780)
Tiroler . .	39	70	Frizzi (1909, Tab. I)
Telengeten .	43	60	Reicher

In bezug auf obige Tabelle nehme ich für die Nasenbreite (a) und Nasenhöhe (b) folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{\min} = 18\text{ mm}, \quad a_{\max} = 35\text{ mm},$$
$$b_{\min} = 35\text{ mm}, \quad b_{\max} = 70\text{ mm}.$$

Die Beobachtungsfehler beider Nasenmaße setze ich wie oben (S. 5) gleich $\pm$ 0,5 mm ein.

Die Variationsgrenzen des betrachteten Index zeigt uns folgende Tabelle.

Nasenindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	36	63	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	39	68	Oetteking (1909, S. 88)
Australier .	40	69	Basedow (1910, S. 188)
Telengeten .	39	69	Reicher

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 35 bis 70, so erhalten wir:

$$E(35) = \pm 0{,}89 \quad | \quad E(55) = \pm 1{,}26$$
$$E(40) = \pm 0{,}99 \quad | \quad E(60) = \pm 1{,}32$$
$$E(45) = \pm 1{,}08 \quad | \quad E(65) = \pm 1{,}40$$
$$E(50) = \pm 1{,}18 \quad | \quad E(70) = \pm 1{,}48$$

Daraus folgt:

$$G\text{ (Nasenindex)} = \pm 1{,}2.$$

18. Maxilloalveolarindex.

In der Literatur finden wir folgende Angaben.

Maxilloalveolarbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Altägypter .	53	68	Oetteking (1909, S. 78)
Telengeten .	59	76	Reicher
Birmanen .	57	73	Poniatowski

Maxilloalveolarlänge.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Altägypter .	44	61	Oetteking (1909, S. 78)
Torgouten .	41	62	Reicher
Birmanen .	42	59	Poniatowski

Auf Grund dieser Tabellen nehme ich für die Maxilloalveolarbreite (a) und -länge (b) folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{min} = 50\,mm, \quad a_{max} = 75\,mm,$$
$$b_{min} = 40\,mm, \quad b_{max} = 65\,mm.$$

Die Beobachtungsfehler beider Maße setze ich gleich $\pm$ 0,5 mm ein (Gleitzirkel).

Über die Variationsbreite des betrachteten Index orientiert uns folgende Tabelle.

Maxilloalveolarindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Altägypter .	102	135	Oetteking (1909, S. 88)
Telengeten .	105	143	Reicher
Kalmücken	107	144	„
Birmanen .	106	136	Turner (1901, S. 731 u. 732)

Berücksichtigen wir eine Variationsbreite von 100 bis 145, so erhalten wir:

$E(100) = \pm 1{,}25$	$E(125) = \pm 1{,}71$
$E(105) = \pm 1{,}32$	$E(130) = \pm 1{,}80$
$E(110) = \pm 1{,}40$	$E(135) = \pm 1{,}86$
$E(115) = \pm 1{,}50$	$E(140) = \pm 1{,}94$
$E(120) = \pm 1{,}60$	$E(145) = \pm 1{,}91$

Daraus folgt:

G (Maxilloalveolarindex) $= \pm$ 1,63
oder abgerundet $= \pm$ 1,6.

19. Gaumenindex.

Über die Variationsbreiten der Gaumenmaße orientieren uns folgende Tabellen.

Gaumenbreite.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	28	51	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter	34	49	Oetteking (1909, S. 78)
Torgouten .	31	52	Reicher

Gaumenlänge.

Gruppe	Min. mm	Max. mm	Autor
Tiroler . .	30	57	Frizzi (1909, Tab. I)
Altägypter .	37	57	Oetteking (1909, S. 78)
Torgouten .	36	53	Reicher

Auf Grund obiger Tabellen nehme ich für Gaumenbreite (a) und Gaumenlänge (b) folgende Variationsgrenzen an:

$$a_{min} = 30\,mm, \quad a_{max} = 50\,mm,$$
$$b_{min} = 30\,mm, \quad b_{max} = 60\,mm.$$

Die Beobachtungsfehler der beiden Gaumenmaße setze ich gleich $\pm$ 0,5 mm ein (Gleitzirkel).

Über die Variationsgrenzen des betrachteten Index kann uns folgende Tabelle Aufschluß geben.

Gaumenindex.

Gruppe	Min.	Max.	Autor
Tiroler . .	73	116	Frizzi (1909, Tab. I)
Birmanen .	75	118	Poniatowski
Chinesen .	76	111	„ (1909, S. 178)
Altägypter .	71	103	Oetteking (1909, S. 88)

Nehmen wir als Variationsgrenzen des Gaumenindex 75 und 115 an, so finden wir:

$E(75) = \pm 1{,}30$	$E(105) = \pm 1{,}97$
$E(85) = \pm 1{,}48$	$E(115) = \pm 2{,}14$
$E(95) = \pm 1{,}75$	

Daraus folgt:

G (Gaumenindex) $= \pm$ 1,73
oder abgerundet $= \pm$ 1,7.

Kephalometrische Indices.

Bei denjenigen Indices, welche in gleicher Weise für den Kopf wie für den Schädel berechnet werden, können wir gleiche Variationsbreiten der Maße und Indices annehmen, da sich die Kopfmaße von den Schädelmaßen nur wenig unterscheiden (Dicke der Haut). Die Beobachtungsfehler der Kopfmaße müssen wir dagegen im allgemeinen größer als die der Schädelmaße annehmen, weil diejenigen Punkte, von denen aus wir messen, am Kopfe schwieriger zu bestimmen sind als am Schädel. Auch das leichtere oder stärkere Anlegen des Instrumentes an die Haut kann gewisse Unterschiede zwischen den Resultaten einzelner Beobachter verursachen.

20. Längen-Breitenindex.

Die Variationsgrenzen der beiden Schädelmaße und des Index bleiben dieselben wie unter 1; die Beobachtungsfehler der Maße müssen wir dagegen jetzt größer annehmen und statt $\pm$ 1 mm wenigstens gleich $\pm$ 1,5 mm setzen. Die Beob-

achtungsfehler der Maße sind also jetzt anderthalbmal vergrößert, und wir bekommen deshalb:

G (Längen-Breitenindex) $= \pm 0{,}8 \,.\, 1{,}5 = \pm 1{,}2$.

21. Längen-Ohrhöhenindex.

Im Vergleich mit dem gleichnamigen Index am Schädel brauchen wir jetzt nur die Beobachtungsfehler der beiden Kopfmaße zu vergrößern. Das Bregma läßt sich nur approximativ am Kopfe bestimmen und deshalb nehme ich als Beobachtungsfehler der Ohr-Bregmahöhe ± 2 mm an. Als Beobachtungsfehler der Kopflänge nehme ich wie oben $\pm 1{,}5$ mm an.

Berücksichtigen wir dieselben Variationsgrenzen des betrachteten Index wie am Schädel, so finden wir:

$E(55) = \pm 1{,}11$	$E(70) = \pm 1{,}37$
$E(60) = \pm 1{,}17$	$E(75) = \pm 1{,}43$
$E(65) = \pm 1{,}26$	$E(80) = \pm 1{,}50$

Daraus folgt:

G (Längen-Ohrhöhenindex) $= \pm 1{,}31$
oder abgerundet $= \pm 1{,}3$.

22. Transversaler Frontoparietalindex.

Die Variationsbreiten der beiden Kopfmaße setzen wir gleich denjenigen am Schädel (8). Der Beobachtungsfehler der Kopfbreite bleibt wie unter 20 und 21 gleich $\pm 1{,}5$ mm. Den Beobachtungsfehler der kleinsten Stirnbreite müssen wir ebenfalls größer annehmen und ihn statt gleich $\pm 0{,}5$ mm (Schädel) wenigstens gleich ± 1 mm einsetzen. Die Variationsgrenzen des betrachteten Index bleiben dieselben wie am Schädel, und wir bekommen:

$E(55) = \pm 0{,}83$	$E(70) = \pm 1{,}07$
$E(60) = \pm 0{,}89$	$E(75) = \pm 1{,}20$
$E(65) = \pm 0{,}97$	

Daraus folgt:

G (Transversaler Frontoparietalindex) $= \pm 0{,}99$
oder abgerundet $= \pm 1{,}0$.

23. Jugofrontalindex.

Die Variationsgrenzen der beiden Kopfmaße und die des betrachteten Index können wir gleich denjenigen am Schädel annehmen. Die Beobachtungsfehler, welche am Schädel für beide Maße gleich $\pm 0{,}5$ mm angenommen worden sind, müssen wir jetzt wenigstens bis auf ± 1 mm vergrößern. Infolge dieser zweimaligen Vergrößerung der Beobachtungsfehler werden sich auch alle mittleren Indexfehler zweimal vergrößern, und wir bekommen deshalb:

G (Jugofrontalindex) $= \pm 1{,}0$.

24. Jugomandibularindex.

Auch hier brauchen wir nur die Beobachtungsfehler der beiden Maße zu vergrößern, um von den Verhältnissen am Schädel zu denjenigen am Kopfe übergehen zu können. Für den Beobachtungsfehler der Jochbogenbreite nehme ich ± 1 mm (am Schädel: $\pm 0{,}5$ mm) und für denjenigen der Winkelbreite des Unterkiefers ± 2 mm (am Schädel: ± 1 mm) an. Der Beoachtungsfehler der Winkelbreite des Unterkiefers ist sicherlich nicht zu hoch geschätzt, da dieselbe infolge der Verschiebungen der Weichteile ziemlich schwierig genau zu messen ist. Die beiden Beobachtungsfehler sind jetzt zweimal vergrößert, und wir bekommen deshalb (13):

G (Jugomandibularindex) $= \pm 1{,}66$
oder abgerundet $= \pm 1{,}7$.

25. Morphologischer Ganzgesichtsindex.

Die Variationsbreiten der beiden Kopfmaße und die des Index bleiben dieselben wie am Schädel (9). Für den Beobachtungsfehler der ganzen Gesichtshöhe nehme ich jetzt $\pm 1{,}5$ mm und für denjenigen der Jochbogenbreite ± 1 mm an. Wir erhalten dann:

$E(70) = \pm 1{,}18$	$E(\ 90) = \pm 1{,}39$
$E(75) = \pm 1{,}22$	$E(\ 95) = \pm 1{,}41$
$E(80) = \pm 1{,}28$	$E(100) = \pm 1{,}42$
$E(85) = \pm 1{,}34$	

Daraus folgt:

G (Morphol. Ganzgesichtsindex) $= \pm 1{,}32$
oder abgerundet $= \pm 1{,}3$.

26. Morphologischer Obergesichtsindex.

Die Variationsbreiten der beiden Kopfmaße und die des Index bleiben dieselben wie am Schädel (10). Statt der früheren Beobachtungsfehler $\pm 0{,}5$ mm am Schädel nehme ich jetzt

$\pm$ 1 mm an. Die Fehler werden also zweimal vergrößert und wir bekommen:

G (Morphol. Obergesichtsindex) $= \pm$ 0,9.

27. Nasenindex.

Die Variationsbreite der Nasenhöhe (b) können wir derjenigen am Schädel gleich setzen, für die Variationsgrenzen der Nasenbreite (a) müssen wir dagegen andere Werte suchen. Als Minimum der Nasenbreite dürfen wir wohl 20 mm annehmen und als Maximum nehme ich 55 mm an, da ich bei vielen Kopfabgüssen der Zürcher Anthropologischen Sammlung eine Nasenbreite größer als 50 mm gefunden habe[1]). So zeigen z. B.:

	Nasenbreite mm
Myao Nr. 199	55
Mnyamwesi Nr. 203	52
Tasmanier Nr. 723	55
Marshal-Insulaner Nr. 676	59

Was die Beobachtungsfehler anbelangt, so setze ich denjenigen der Nasenbreite gleich $\pm$ 0,5 mm und denjenigen der Nasenhöhe gleich $\pm$ 1 mm ein.

Die Variationsbreite des Nasenindex ist sehr groß. Eine gute Orientierung darüber bieten uns zahlreiche Tabellen in dem wertvollen Werke von Risley „The People of India“. Während sich z. B. bei den Mir Jats („turko-iranian type“) 4 Proz. aller Nasenindices unter 50 befinden und das Minimum 40 beträgt (Risley 1908, S. LXII), besitzen bei den Nordandamanen 22 Proz. ♂ und 30 Proz. ♀ einen Nasenindex größer als 100 (loc. cit. S. LXXXVII). Was die Maxima der Nasenindices anbetrifft, so gibt Risley folgende Zahlen an:

Gruppe	Max.	Autor
Nordandamanen ♂ .	115	Risley 1908, S. CIV
„ ♀ .	113	„ „ „
Mande (Assam) . . .	117	„ „ CXVI
Dom	122	„ „ CXIV

[1]) Natürlich ist die Nasenbreite am Gipsabgusse infolge des Gipsdruckes beim Gießen stets etwas größer als die am Lebenden, doch dürfen die Unterschiede für ein so kleines Maß, wie die Nasenbreite ist, nicht von Belang sein.

An einem Abgusse der Zürcher Sammlung (Myao N 197) habe ich die Nasenbreite 39 mm und Nasenhöhe 51 mm gemessen, woraus sich ein Nasenindex sogar von 131 ergibt. Es wird aber genügen, wenn wir eine Variationsbreite von 40 bis 120 berücksichtigen. Wir finden dann:

$E(40) = \pm 1{,}85$	$E(90) = \pm 3{,}03$
$E(50) = \pm 2{,}20$	$E(100) = \pm 3{,}30$
$E(60) = \pm 2{,}49$	$E(110) = \pm 3{,}62$
$E(70) = \pm 2{,}61$	$E(120) = \pm 3{,}93$
$E(80) = \pm 2{,}79$	

Daraus folgt:

G (Nasenindex) $= \pm$ 2,87
oder abgerundet $= \pm$ 2,9 [1]).

III. Über den Einfluß der Beobachtungsfehler auf die Resultate einiger statistisch-anthropologischer Methoden.

In den vorhergehenden Abschnitten haben wir den Einfluß der Beobachtungsfehler auf individuelle Indices kennen gelernt; die individuellen Indices haben aber für uns keine große Bedeutung, da sich die Anthropologie, als Naturgeschichte der Hominiden, mit den verschiedenen Gruppen derselben und nicht mit den einzelnen Individuen beschäftigt. Das einzelne Individuum interessiert uns nur in bezug auf seine Zugehörigkeit zu einer natürlichen morphologischen Gruppe[2]). Unsere Aufgabe ist daher, solche Gruppen möglichst scharf zu charakterisieren und ihre gegenseitigen Beziehungen zu ermitteln. Da alle individuellen und Rassenunterschiede quantitativer Natur zu sein pflegen, so ist es möglich, entsprechende Merkmale zu messen und daraus für die einzelnen Gruppen ziffernmäßig ausgedrückte Charakteristika abzuleiten. Betrachten wir nun den Einfluß der Beobachtungsfehler auf einige dieser Charakte-

[1]) Die Genauigkeitsfehler sämtlicher im II. Kapitel besprochenen Indices sind unten, S. 21, zusammengestellt.

[2]) Als eine natürliche morphologische Gruppe bezeichne ich dasjenige Aggregat, zwischen dessen Individuen ein bestimmter genetischer Zusammenhang besteht, abgesehen davon, ob dieses Aggregat anthropologisch homogen oder heterogen erscheint. Dagegen als eine zufällig gebildete Gruppe bezeichne ich ein solches Aggregat, von dessen Individuen wir nicht wissen, ob dieselben in irgend welchen genetischen Beziehungen zueinander stehen.

ristika. An dieser Stelle berücksichtige ich nur Probleme des gegenseitigen Verhaltens:

A. einzelner Individuen unbekannter Rassenherkunft,

B. vieler Individuen einer natürlichen morphologischen Gruppe,

C. zweier natürlich-morphologischer Gruppen.

Natürlich kann ich hier diese Probleme nicht ab ovo behandeln, sondern muß bei dem Leser einige Kenntnisse der wichtigsten statistischen Methoden voraussetzen[1]). Da diese Methoden erst seit verhältnismäßig kurzer Zeit in der Anthropologie angewendet werden, so sind dementsprechend manche Fragen noch wenig aufgeklärt, weshalb ich einige derselben näher betrachten werde.

Um die gegenwärtig gebrauchten „wahrscheinlichen Fehler" der Gruppencharakteristika von denjenigen Fehlern zu unterscheiden, welche durch die Beobachtungsfehler der Maße und Indices bedingt werden, bezeichne ich letztere Fehler als Genauigkeitsfehler der Gruppencharakteristika.

A. Gegenseitiges Verhalten einzelner Individuen unbekannter Rassenherkunft.

a) In bezug auf ein Merkmal.

Das gegenseitige Verhalten einzelner Individuen ist die einfachste Aufgabe, mit der wir zu tun haben. In diesem Falle hat man sich bisher mit Berechnung der absoluten Differenzen zwischen den einzelnen individuellen Werten begnügt. Da aber diese individuellen Zahlen bekanntlich stets den Beobachtungsfehlern unterliegen, so müssen wir, falls es sich um genaue Vergleichung zweier Individuen handelt, neben der absoluten Differenz auch den Genauigkeitsfehler derselben berücksichtigen.

Wenn I_1 und I_2 die individuellen Maße bzw. Indices und $G(I_1) = G(I_2) = G(I)$ den wahrscheinlichen Beobachtungsfehler dieser Maße bzw. den Genauigkeitsfehler der Indices bezeichnen, so haben wir für den Genauigkeitsfehler $G(I_1 - I_2)$ der absoluten Differenz $I_1 - I_2$ folgende Formel aus (4):

$$G(I_1 - I_2) = \pm\sqrt{[G(I_1)]^2 + [G(I_2)]^2},$$
$$G(I_1 - I_2) = \pm 1{,}4 \,.\, G(I) \quad . \; . \; . \quad (28^1)$$

Selbstverständlich können für uns aber nur solche Unterschiede der individuellen Werte Bedeutung haben, welche absolut genommen größer als ihre Genauigkeitsfehler sind, also bei

$$|I_1 - I_2 > G(I_1 - I_2)|$$

oder in bezug auf (28), wenn

$$|I_1 - I_2| > 1{,}4 \,.\, |G(I)| \quad . \; . \quad (29)$$

ist.

Da für die Längen-Breitenindices am Schädel $G(I) = \pm 0{,}8$ ist, so hat die absolute Differenz zwischen je zwei Längen-Breitenindices den Genauigkeitsfehler $\pm 0{,}8 \,.\, 1{,}4 = \pm 1{,}12$ oder abgerundet gleich $\pm 1{,}1$. In ähnlicher Weise beträgt der Genauigkeitsfehler der absoluten

Tabelle 1.

Indices (I)	$G(I)$	$1{,}4 \,.\, G(I)$
Kraniometrische.		
1. Längen-Breitenindex	0,8	1,1
2. Längen-Höhenindex	0,8	1,1
3. Längen-Ohrhöhenindex	1,0	1,4
4. Sagitt. Wölbungsindex d. Frontale	0,8	1,1
5. „ „ „ Parietale	0,8	1,1
6. „ „ „ Occipitale	0,9	1,3
7. Transversaler Frontalindex	0,6	0,8
8. „ Frontoparietalindex	0,6	0,8
9. Ganzgesichtsindex	0,5	0,7
10. Obergesichtsindex	0,5	0,7
11. Kraniofacialindex	0,7	1,0
12. Jugofrontalindex	0,5	0,7
13. Jugomandibularindex	0,8	1,1
14. Frontobiorbitalindex	0,6	0,8
15. Interorbitalindex	0,5	0,7
16. Orbitalindex	1,6	2,2
17. Nasenindex	1,2	1,7
18. Maxilloalveolarindex	1,6	2,2
19. Gaumenindex	1,7	2,4
Kephalometrische.		
20. Längen-Breitenindex	1,2	1,7
21. Längen-Ohrhöhenindex	1,3	1,8
22. Transversaler Frontoparietalindex	1,0	1,4
23. Jugofrontalindex	1,0	1,4
24. Jugomandibularindex	1,7	2,4
25. Morphologisch. Ganzgesichtsindex	1,3	1,8
26. „ Obergesichtsindex	0,9	1,3
27. Nasenindex	2,9	4,1

[1]) Als gute elementare Einführung in die statistischen Methoden eignet sich: W. P. Elderton und E. M. Elderton, Primer of Statistics, London 1909. Ausführlicher ist das vorzügliche Buch von Yule, G. U., Introduction to the Theory of Statistics, London 1911. Dort findet der Leser außer vielen biologischen und anthropologischen Beispielen und Übungsaufgaben auch zahlreiche Literaturangaben.

[1]) Für unsere Zwecke genügt es vollständig, wenn wir bei $\sqrt{2}$ nur eine Dezimale berücksichtigen.

Differenz zwischen je zwei Nasenindices am Lebenden $\pm 4{,}1$. Zwei individuelle Längen-Breitenindices am Schädel dürfen wir also nur dann als verschieden betrachten, wenn ihre Differenz mehr als 1,1 beträgt. Dagegen muß dieselbe Differenz bei zwei Nasenindices am Lebenden mehr als 4,1 betragen.

Tabelle 1 zeigt uns für die oben betrachteten Schädel- und Kopfindices die Genauigkeitsfehler der absoluten Differenz zwischen je zwei individuellen Werten.

Da wir die Dezimalen bei individuellen Indices, wenn $G(I) \geqslant 0{,}5$, abrunden, so dürfen wir zwei in ganzen Zahlen ausgedrückte individuelle Indices nur dann als wahrscheinlich verschieden betrachten, wenn ihre absolute Differenz wenigstens derjenigen ganzen Zahl gleicht, die dem Werte $1{,}4 \,.\, G(I)$ am nächsten steht und dabei größer als $1{,}4 \,.\, G(I)$ ist.

Bisher haben wir das gegenseitige Verhalten zweier Individuen betrachtet. Haben wir es mit vielen Individuen unbestimmter Rassenherkunft zu tun, so können wir auf Grund eines einzigen Merkmals weder von der morphologischen Homogenität eines solchen Aggregates sprechen, noch es in seine Rassenkomponenten zerlegen. Wenn die Zahl der Individuen dieses Aggregates groß ist, so kann uns manchmal die Frequenzkurve einige Andeutungen über die Zusammensetzung des Materials geben. Wenn sich aber eine Gruppe schon auf den ersten Blick als heterogen erweist, so wäre es durchaus zwecklos, ihre Charakteristika zu berechnen.

b) Gegenseitiges Verhalten einzelner Individuen unbekannter Rassenherkunft in bezug auf mehrere Merkmale.

Wenn mehrere Merkmale für jedes Individuum einer zufällig gebildeten Gruppe bekannt sind, so kann es sich um die Zerlegung dieser Gruppe in ihre natürlichen morphologischen Komponenten handeln. Diese zweifellos sehr wichtige Frage ist lange Zeit fast unberührt geblieben. Erst vor kurzer Zeit hat sich Czekanowski (1909) mit ihr beschäftigt und sie zu lösen versucht. Czekanowski berechnet zuerst absolute Differenzen zwischen verschiedenen Merkmalen (Längenmaßen, Winkeln, Indices) je zweier Individuen, dann bestimmt er den arithmetischen Mittelwert aller dieser Differenzen und stellt schließlich diejenigen Individuen, welche die kleinsten „mittleren Differenzen“ aufweisen, in gemeinsame Gruppen zusammen. Czekanowski hat seine Methode an einigen Schädeln vom Typus des Homo primigenius und einigen anderen, die als dem Homo primigenius verwandt betrachtet werden, angewendet. Es hat sich dabei gezeigt, daß seine Methode ziemlich gut die beiden Gruppen voneinander trennt. Betrachten wir jedoch etwas genauer diese Methode. Sie beruht im Grunde auf den beiden folgenden Annahmen: 1. je kleiner die absolute Differenz zwischen zwei Individuen in bezug auf irgend ein Merkmal, desto näher stehen sie morphologisch zueinander; 2. die morphologische Verwandtschaft zweier Individuen ist umgekehrt proportional der mittleren Differenz aus allen Merkmalen dieser Individuen. Die erste Annahme ist richtig, die zweite aber muß ich als irrig bezeichnen. Denn tatsächlich ist es nicht gerechtfertigt, einem Mittelwerte, der aus ganz verschiedenen und morphologisch ungleichwertigen Größen wie Längenmaßen, Winkelgraden und Indices (vielleicht auch Volumina, Gewichten, Flächen usw.) abgeleitet ist, einen morphologischen Wert zuzuschreiben. Übrigens scheint Czekanowski selbst die Unrichtigkeit dieses Verfahrens gemerkt zu haben, denn er schreibt: „Diese durch die obige Methode gefundenen Resultate sind um so überraschender, als Merkmale verschiedener Wertigkeit hier verwendet wurden und außerdem für die einzelnen Schädel eine sehr verschiedene Anzahl von Merkmalen zur Verfügung stand. Es ist daher zu erwarten, daß, nach Beseitigung dieser beiden Fehlerquellen, die Methode für Rassendiagnosen eine wichtige Rolle zu spielen berufen sein wird (1909, S. 46 bis 47).“ Leider hat Czekanowski dabei übersehen, daß die Beseitigung der morphologischen Ungleichwertigkeit verschiedener Merkmale eine grundsätzliche Modifizierung seiner gegenwärtigen Methode zur Folge haben würde.

Folgendes Beispiel kann das Gesagte noch bestätigen. Es seien für drei Individuen A, B und C folgende Merkmale bekannt:

	A	*B*	*C*
Körpergröße in mm. .	1800	1900	1600
Längen-Breitenindex .	70	90	90

Daraus bekommen wir:

	A—B	*A—C*	*B—C*
Mittlere Differenz . . .	60	110	150

Drücken wir aber die Körpergrößen nicht in Millimetern, sondern in Centimetern aus, womit der wirkliche Unterschied zwischen unseren Individuen selbstverständlich nicht verändert wird, dann erhalten wir:

	A—B	*A—C*	*B—C*
Mittlere Differenz . . .	15	20	15

Wir sehen daraus, daß eine brauchbare Methode zur Analyse einer zufällig gebildeten Gruppe noch zu finden bleibt, und daß wir die Genauigkeitsfehler der „mittleren Differenzen“ nicht zu berechnen brauchen. Vorläufig können wir eine kleine zufällig gebildete Gruppe nur dadurch analysieren, daß wir jedes einzelne Individuum mit Hilfe der von mir an anderer Stelle angegebenen Methode (1910[1]) mit verschiedenen natürlichen morphologischen Gruppen vergleichen. Czekanowski müssen wir aber dankbar sein, daß er uns auf diese wichtige Frage aufmerksam gemacht und sie auf exakte Weise zu lösen versucht hat.

B. Gegenseitiges Verhalten vieler Individuen einer natürlichen morphologischen Gruppe.

Die Anthropologen haben sich stets bemüht, jede natürliche morphologische Gruppe mit Hilfe solcher Zahlen zu charakterisieren, die mit den entsprechenden Zahlen anderer Gruppen leicht vergleichbar sind. Man hat dazu früher den arithmetischen Mittelwert, die Variationsbreiten und die prozentuale Verteilung der Individuen auf verschiedene Klassifikationsgruppen verwendet. Leider begnügt sich auch heute der größte Teil der Anthropologen mit diesen primitiven Methoden, die aber durchaus ungenügend sind. Einen und denselben Mittelwert können wir ja aus ganz verschiedenen Zahlenreihen bekommen, und die Variationsbreiten pflegen gewöhnlich mit der zunehmenden Zahl der Individuen sich zu vergrößern, so daß wir als theoretisch mögliche Variationsgrenzen mehrerer Merkmale für sehr viele Gruppen die allgemeinen physiologischen Grenzen annehmen müssen. Was die Verteilung des Materials auf verschiedene Klassifikationsgruppen anbetrifft, so gibt uns diese Methode nur eine ganz approximative Vorstellung von der Zusammensetzung der betrachteten Gruppe und führt dabei allzu oft zu falschen Schlüssen, indem die Willkürlichkeit und morphologische Wertlosigkeit der Klasseneinteilungen vergessen wird[1]).

Welchen Anforderungen muß nun eine brauchbare statistisch-anthropologische Methode entsprechen. Es sind deren drei:

1. Die Charakteristika für eine Gruppe müssen so gewählt sein, um diese Gruppe eindeutig bestimmen und sie von anderen Gruppen scharf unterscheiden zu können.

2. Da wir nicht alle zu einer Gruppe gehörenden Individuen untersuchen können, sondern meistens einen geringen Teil derselben, so muß die brauchbare Methode uns eine Verallgemeinerung der erhaltenen Resultate auf die ganze Gruppe erlauben.

3. Die brauchbare Methode muß den Grad der Richtigkeit solcher Verallgemeinerungen ziffernmäßig angeben.

Es würde mich zu weit führen, hier die entsprechenden statistischen Methoden zu erörtern, ich muß vielmehr den Leser auf die diesbezüglichen Arbeiten verweisen. In gleicher Weise muß ich die Wahrscheinlichkeitskurven von Pearson außer Betracht lassen. Obwohl ich deren große Wichtigkeit für biometrische Probleme anerkenne, beschränke ich mich an dieser Stelle auf die Betrachtung der Charakteristika der Gaußschen Kurve, da die Berechnung der Pearsonschen Kurven nur bei einem viel größeren Material lohnend ist als dem, welches dem

[1]) Meine diesbezügliche Arbeit wurde vorläufig nur polnisch gedruckt, ich beabsichtige sie aber in nächster Zeit in einer für die weiteren Kreise mehr zugänglichen Sprache zu veröffentlichen.

[1]) Vgl. meine Arbeit: „Über den Wert der Indexklassifikationen“ (1911).

Anthropologen gewöhnlich zur Verfügung steht. Andererseits wird bei großer Individuenzahl der Einfluß der Beobachtungsfehler auf die Charakteristika der Pearsonschen Wahrscheinlichkeitskurven so gering, daß er gänzlich vernachlässigt werden kann.

Um eine Gruppe mittels einer Gaußschen Kurve zu charakterisieren, benutzt man in der Statistik folgende Größen: den Mittelwert M, die Zahl der Individuen n, die stetige Abweichung σ, den wahrscheinlichen Fehler des Mittelwertes $E(M)$ und den wahrscheinlichen Fehler der stetigen Abweichung $E(\sigma)$ [1]). Selbstverständlich sind $E(M)$ und $E(\sigma)$ nicht durch die Beobachtungsfehler der individuellen Maße bedingt; diejenigen Fehler, welche durch die Beobachtungsfehler der Maße hervorgerufen sind, werden wir Genauigkeitsfehler des Mittelwertes und der stetigen Abweichung nennen und mit $G(M)$ und $G(\sigma)$ bezeichnen.

Es seien $I_1, I_2 \dots I_n$ die individuellen Werte des Merkmals, n die Zahl der Individuen, M der Mittelwert und $G(I)$ der Genauigkeitsfehler der individuellen Werte. Es ist also

$$M = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} I_k.$$

Für den Genauigkeitsfehler des Mittelwertes bekommen wir nach (1):

$$G(M) = \pm\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left[G(I_k)\frac{\partial M}{\partial I_k}\right]^2}.$$

Da

$$G(I_1) = G(I_2) = \dots = G(I_n) = G(I)$$

und

$$\frac{\partial M}{\partial I_1} = \frac{\partial M}{\partial I_2} = \dots = \frac{1}{n},$$

so ist

$$G(M) = \pm\sqrt{n\left[\frac{G(I)}{n}\right]^2} = \pm\frac{G(I)}{\sqrt{n}} \cdot (30)$$

Wir sehen also, daß der Genauigkeitsfehler des Mittelwertes mit der Zunahme der Individuenzahl ziemlich langsam abnimmt; für den Längen-Breitenindex (am Schädel) z. B. ist noch bei $n = 64$ der Fehler

$$G(M) = \pm\frac{0{,}8}{\sqrt{64}} = \pm 0{,}1.$$

[1]) Wir benutzen also folgende Gleichung der Gaußschen Kurve:

$$y = \frac{n}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}.$$

Daraus folgt, daß bei $n \leqslant 64$ es keinen Wert hat, die zweite Dezimalstelle bei dem Mittelwerte der kraniometrischen Längen-Breitenindices zu berücksichtigen, selbst wenn der wahrscheinliche Fehler $E(M)$ weniger als $\pm 0{,}1$ ist.

Wenden wir uns jetzt zur Ermittelung des Genauigkeitsfehlers $G(\sigma)$ der stetigen Abweichung σ. Wie bekannt, ist

$$\sigma = +\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}(M - I_k)^2},$$

woraus nach (1) folgt:

$$G(\sigma) = \pm\sqrt{\left[G(M)\frac{\partial\sigma}{\partial M}\right]^2 + \sum_{k=1}^{n}\left[G(I_k)\frac{\partial\sigma}{\partial I_k}\right]^2} \quad (31)$$

Da $\dfrac{\partial\sigma}{\partial M} = 0$,

$$G(I_1) = G(I_2) = \dots = G(I),$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial I_k} = -\frac{M - I_k}{n\sigma},$$

so bekommen wir aus (31):

$$G(\sigma) = \pm\sqrt{\sum_{k=1}^{n}\left[-G(I)\cdot\frac{M - I_k}{n\sigma}\right]^2},$$

woraus

$$G(\sigma) = \pm\frac{G(I)}{\sqrt{n}} \quad \dots\dots \quad (32)$$

Aus (30) und (32) folgt:

$$G(M) = G(\sigma).$$

Suchen wir noch den Genauigkeitsfehler $G[E(M)]$ des wahrscheinlichen Fehlers des Mittelwertes und $G[E(\sigma)]$, denjenigen der stetigen Abweichung.

Da

$$E(M) = \pm 0{,}6745\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

und

$$E(\sigma) = \pm 0{,}6745\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{2n}},$$

so ist

$$\left.\begin{aligned} G[E(M)] &= \pm 0{,}6745\cdot\frac{G(\sigma)}{\sqrt{n}} \\ &= \pm 0{,}6745\cdot\frac{G(I)}{n} \end{aligned}\right\} \cdot\cdot (33)$$

und

$$\left.\begin{aligned} G[E(\sigma)] &= \pm 0{,}6745\cdot\frac{G(\sigma)}{\sqrt{2n}} \\ &= \pm 0{,}6745\cdot\frac{G(I)}{n\sqrt{2}} = \pm 0{,}477\cdot\frac{G(I)}{n} \end{aligned}\right\} \cdot\cdot (34)$$

Tabelle 2 zeigt für die oben betrachteten Indices diejenigen Individuenzahlen (N), bei

welchen $|G(M)|$ und $|G(\sigma)| \geqslant 0{,}1$ und $|G[E(M)]|$ und $|G[E(\sigma)]| \geqslant 0{,}01$ betragen. Sie lehrt auch deutlich, welch verschiedenen Einfluß die Beobachtungsfehler auf verschiedene Indices ausüben: um einen bis auf 0,1 sicheren Mittelwert zu erhalten, müssen wir für den Ganzgesichtsindex am Schädel mehr als 25 Individuen und für den Nasenindex am Lebenden mehr als 841 Individuen untersuchen.

C. Gegenseitiges Verhalten zweier natürlicher morphologischer Gruppen.

Das Problem der Rassenvergleichung ist trotz seiner grundlegenden Bedeutung für die ganze Rassenanthropologie bisher so gut wie gar nicht ausführlicher behandelt worden. Man begnügt sich immer noch mit den Angaben der absoluten Differenz zwischen den Mittelwerten, der Variationsbreiten und der prozentualen Verteilungen der Individuen jeder Gruppe auf die Indexklassen. Da diese Angaben allein nicht genügen, um jede einzelne Gruppe zu charakterisieren, so können sie selbstverständlich auch für die Rassenvergleichungen nicht ausreichen. Aber es genügt auch nicht, wenn wir zu den oben erwähnten Charakteristika noch andere, wie stetige Abweichungen, wahrscheinliche Fehler der Mittelwerte und der stetigen Abweichungen usw., hinzufügen. Es ist klar, daß, wenn wir einzelne Gruppen durch genaue zahlenmäßig ausgedrückte Werte charakterisieren wollen, wir auch die Unterschiede zwischen den einzelnen Gruppen genau in Zahlen ausdrücken

Tabelle 2.

Indices	$n \leqslant N$		
	$\|G(M)\| \geqslant 0{,}1$ $\|G(\sigma)\| \geqslant 0{,}1$	$\|G[E(M)]\| \geqslant 0{,}01$	$\|G[E(\sigma)]\| \geqslant 0{,}01$
Kraniometrische			
1. Längen-Breitenindex	64	54	38
2. Längen-Höhenindex	64	54	38
3. Längen-Ohrhöhenindex	100	67	48
4. Sagitt. Wölbungsindex des Frontale	64	54	38
5. „ „ „ Parietale	64	54	38
6. „ „ „ Occipitale	81	61	43
7. Transversaler Frontalindex	36	40	29
8. „ Frontoparietalindex	36	40	29
9. Ganzgesichtsindex	25	34	24
10. Obergesichtsindex	25	34	24
11. Kraniofacialindex	49	47	33
12. Jugofrontalindex	25	34	24
13. Jugomandibularindex	64	54	38
14. Frontobiorbitalindex	36	40	29
15. Interorbitalindex	25	34	24
16. Orbitalindex	256	108	76
17. Nasenindex	144	80	57
18. Maxilloalveolarindex	256	108	76
19. Gaumenindex	289	115	81
Kephalometrische.			
20. Längen-Breitenindex	144	80	57
21. Längen-Ohrhöhenindex	169	87	62
22. Transversaler Frontoparietalindex	100	67	48
23. Jugofrontalindex	100	67	48
24. Jugomandibularindex	289	115	81
25. Morphologischer Ganzgesichtsindex	169	87	62
26. „ Obergesichtsindex	81	61	43
27. Nasenindex	841	196	138

Um eine Gruppe vollständig charakterisieren zu können, genügt ein einziges Merkmal nicht. Zu diesem Zwecke müssen wir nicht nur die Wahrscheinlichkeitskurven vieler Merkmale dieser Gruppe berechnen, sondern auch die eventuell vorhandenen Korrelationen, wenigstens zwischen den wichtigsten Merkmalen, mitberücksichtigen. Dabei müssen wir solche Merkmale als die morphologisch wichtigsten für die Gruppe betrachten, welche sie am deutlichsten von allen anderen Gruppen unterscheiden. Da diese Merkmale nur aus exakten Gruppenvergleichungen ersichtlich sein können, so wenden wir uns jetzt dem Problem der Gruppenvergleichungen zu.

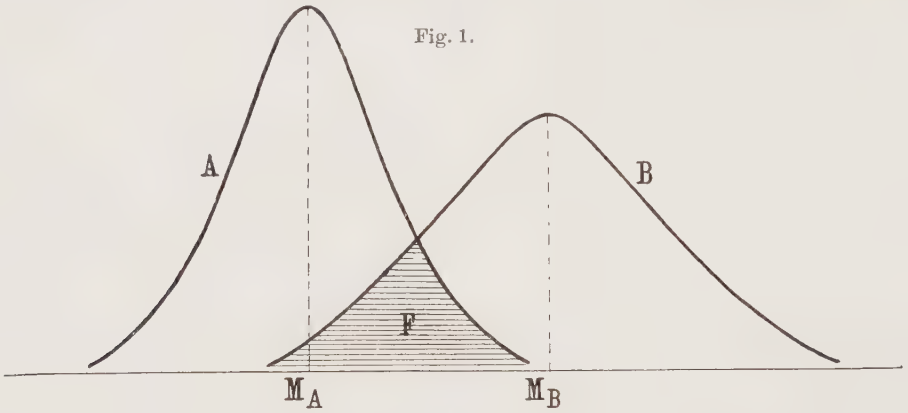
müssen; mit anderen Worten: wir bedürfen einer Formel, um die Rassen- bzw. Typendifferenzen zahlenmäßig darzustellen. Welchen Hauptanforderungen muß eine solche Formel entsprechen? Wenn wir zwei Gruppen A und B durch die Gaußschen Kurven charakterisieren (Fig. 1), so ist es klar, daß der Rassenunterschied zwischen diesen Gruppen um so größer erscheint, je kleiner das gemeinsame Feld F ist, welches die beiden Kurven A und B und die Abszissenachse XX begrenzen. Daraus folgt, daß die Rassen bzw. Typendifferenz 1. direkt proportional dem Abstande zwischen den Mittelwerten und 2. umgekehrt proportional den stetigen Abweichungen sein muß. Diesen Bedingungen entspricht die vor kurzer Zeit von Mollison (1910, S. 158) angegebene Formel. Mollison drückt die „typische Differenz" oder, besser gesagt, die Typendifferenz D folgendermaßen aus:

$$D = \frac{1}{2}\left(\frac{(M_1 - M_2)\times 100}{\sigma_1} + \frac{(M_1 - M_2)\times 100}{\sigma_2}\right)$$

wobei $M_1 > M_2$.

Mollison ist zu dieser Formel gelangt, indem er die relative Entfernung des Mittelwertes jeder Gruppe von demjenigen der anderen in

Fig. 1.



Prozenten des σ ausdrückt und als Maß der gegenseitigen Entfernung der Gruppen das arithmetische Mittel dieser relativen Entfernungen annimmt. Da für uns nicht die absoluten, sondern die relativen Größen der Typendifferenzen Bedeutung haben, so können wir den Koeffizienten $\frac{1}{2}$ in der Mollisonschen Formel vernachlässigen, da es ja durchaus gleichgültig ist, ob wir mit den Typendifferenzen 10, 20, 30 ... oder mit den stets um zweimal größeren 20, 40, 60 ... zu tun haben werden. Der Bequemlichkeit halber wollen wir die vereinfachte Mollisonsche Typendifferenz umformen, und zwar:

$$D = 100 . |M_1 - M_2| \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 . \sigma_2} \cdot \quad \cdot (35)$$

Nun müssen wir uns den Grad der Genauigkeit der Typendifferenz klar machen und zu diesem Zwecke ihren wahrscheinlichen Fehler $E(D)$ und ihren Genauigkeitsfehler $G(D)$ bestimmen. Nach (1) bekommen wir:

$$E(D) = \pm\sqrt{\left[E(M_1)\frac{\partial D}{\partial M_1}\right]^2 + \left[E(M_2)\frac{\partial D}{\partial M_2}\right]^2 + \left[E(\sigma_1)\frac{\partial D}{\partial \sigma_1}\right]^2 + \left[E(\sigma_2)\frac{\partial D}{\partial \sigma_2}\right]^2} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (36)$$

Da

$$E(M_1) = \pm 0{,}6745\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}},\quad E(M_2) = \pm 0{,}6745\frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}},$$

$$E(\sigma_1) = \pm 0{,}6745\frac{\sigma_1}{\sqrt{2n_1}},\quad E(\sigma_2) = \pm 0{,}6745\frac{\sigma_2}{\sqrt{2n_2}},$$

$$\frac{\partial D}{\partial M_1} = 100 \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 . \sigma_2} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (37)$$

$$\frac{\partial D}{\partial M_2} = -100 \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 . \sigma_2} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (38)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_1} = -100 \cdot \frac{|M_1 - M_2|}{\sigma_1^2} \cdot \quad \cdot \quad (39)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_2} = -100 \cdot \frac{|M_1 - M_2|}{\sigma_2^2} \cdot \quad \cdot \quad (40)$$

so bekommen wir aus (36):

$$E(D) = \pm 67{,}45\sqrt{\left(\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)\cdot\frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{\sigma_1^2 . \sigma_2^2} + \frac{(M_1 - M_2)^2}{2}\cdot\frac{n_1\sigma_1^2 + n_2\sigma_2^2}{n_1\sigma_1^2 . n_2\sigma_2^2}} \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad (41^1)$$

[1]) Weitere Umformungen sind nicht vorgenommen, da diese Form der Formel in praxi sich als die bequemste erweist.

Gleicherweise erhalten wir nach (1):

$$G(D) = \pm\sqrt{\left[G(M_1)\frac{\partial D}{\partial M_1}\right]^2 + \left[G(M_2)\frac{\partial D}{\partial M_2}\right]^2 + \left[G(\sigma_1)\frac{\partial D}{\partial \sigma_1}\right]^2 + \left[G(\sigma_2)\frac{\partial D}{\partial \sigma_2}\right]^2} \quad \cdot \cdot \quad (42)$$

Da

$$G(M_1) = G(\sigma_1) = \pm\frac{G(I)}{\sqrt{n_1}}, \qquad G(M_2) = G(\sigma_2) = \pm\frac{G(I)}{\sqrt{n_2}},$$

so bekommen wir aus (42) unter Berücksichtigung von (37), (38), (39) und (40):

$$G(D) = \pm 100 \cdot G(I) \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2} \cdot \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)^2}{\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2} + (M_1 - M_2)^2 \cdot \frac{n_1\sigma_1^4 + n_2\sigma_2^4}{n_1\sigma_1^4 \cdot n_2\sigma_2^4}} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (43)$$

In einigen Fällen kann man die Formeln (41) und (43) vereinfachen. Wenn $n_1 = n_2 = n$, dann erhalten wir aus (41) und (43):

$$E(D) = \pm\frac{67{,}45}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sqrt{n}} \cdot \sqrt{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2) \cdot \left[(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + \frac{(M_1 - M_2)^2}{2}\right]} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (44)$$

$$G(D) = \pm\frac{100 \cdot G(I)}{\sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sqrt{n}} \cdot \sqrt{2(\sigma_1 + \sigma_2)^2 + (M_1 - M_2)^2 \cdot \frac{\sigma_1^4 + \sigma_2^4}{\sigma_1^2 \cdot \sigma_2^2}} \quad \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (45)$$

Bei $M_1 = M_2$ bekommen wir aus (41) und (43):

$$E(D) = \pm 67{,}45 \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \qquad (46)$$

$$G(D) = \pm 100 \cdot G(I) \cdot \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\sigma_1 \cdot \sigma_2} \cdot \sqrt{\frac{n_1 + n_2}{n_1 \cdot n_2}} \qquad (47)$$

Nehmen wir nun an, daß $M_1 = M_2$, $n_1 = n_2$ und $\sigma_1 = \sigma_2$ oder, mit anderen Worten, daß wir mit zwei ganz identischen Gruppen zu tun haben. Dann finden wir:

$$E(D) = \pm\frac{190{,}74}{\sqrt{n}} = E(T) \quad \cdot \cdot \quad (48)$$

$$G(D) = \pm\frac{282{,}84 \cdot G(I)}{\sigma \cdot \sqrt{n}} = G(T) \qquad (49)$$

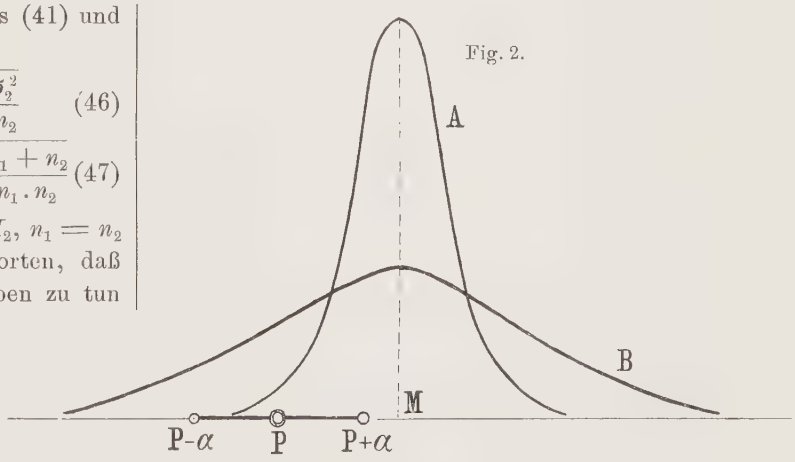


Fig. 2.

Den durch die Formel (48) ausgedrückten Fehler bezeichne ich als wahrscheinlichen Fehler der Typusbestimmung der Gruppe, $E(T)$, oder kürzer als wahrscheinlichen Typusfehler. Er zeigt uns, inwieweit die betrachteten Individuen den Typus der ganzen Gruppe repräsentieren können. Ähnlicherweise bezeichne ich als Genauigkeitsfehler der Typusbestimmung der Gruppe, $G(T)$, den durch die Formel (49) dargestellten Fehler. Bei den Rassenvergleichungen mit Hilfe der Typendifferenzen müssen wir stets neben $E(D)$ und $G(D)$ auch $E(T)$ und $G(T)$ berücksichtigen, da es ja sonst durchaus falsch wäre, $E(D)$ und $G(D)$ direkt mit $E(M)$ und $G(M)$ zusammenzustellen [1]).

[1]) Im Anhang ist eine Tabelle von $E(T)$ für n von 1 bis 200 angegeben.

Es kann nun auf den ersten Blick befremden, daß $E(T)$ von σ vollständig unabhängig erscheint, während $E(M)$ eine Funktion von σ darstellt, und umgekehrt, daß $G(T)$ von σ abhängig ist, während $G(M)$ mit σ gar nichts zu tun hat. Diese augenscheinlichen Gegensätze können wir uns folgendermaßen erklären. Betrachten wir zwei Gruppen A und B (Fig. 2), wobei σ_A bedeutend kleiner als σ_B ist, während $n_A = n_B$ und $M_A = M_B = M$.

Wenn wir nun eine und dieselbe Anzahl der Individuen aus jeder Gruppe ganz willkürlich herausgreifen, so haben dabei alle Individuen jeder Gruppe gleiche Chancen, herausgegriffen zu werden. Deshalb werden die aus A herausgegriffenen Individuen mit ebensolcher Wahrscheinlichkeit den Typus der Gruppe A repräsentieren, wie diejenigen aus B den Typus

der Gruppe B. Daraus folgt, daß der wahrscheinliche Typusfehler, $E(T)$, von der Variabilität der Gruppe unabhängig sein muß. Was nun den Genauigkeitsfehler $G(T)$ anbetrifft, so üben die individuellen Beobachtungsfehler auf die Typusbestimmung der Gruppe einen um so größeren Einfluß, je kleiner die Variabilität der Gruppe ist. Tatsächlich, ein Individuum P mit dem Beobachtungsfehler $\pm\alpha$ wird noch innerhalb der Gruppe B liegen, während es außerhalb der Gruppe A fallen kann. Daraus folgt, daß $G(T)$ umgekehrt proportional der stetigen Abweichung sein muß. Die Berechnung von $G(T)$ ist nur dann erforderlich, wenn

$$G(T) > E(T),$$

also wenn

$$\frac{282{,}84 \,.\, G(I)}{\sigma\sqrt{n}} > \frac{190{,}74}{\sqrt{n}}$$

oder

$$\sigma < 1{,}48 \,.\, G(I).$$

Tabelle 3 zeigt uns für die oben betrachteten Indices diejenige maximale stetige Abweichung, $\sigma = 1{,}48 \,.\, G(I)$, bei welcher noch $G(T) = E(T)$. Wenn also die entsprechende stetige Abweichung kleiner als die in der Tabelle angegebene ist, so müssen wir $G(T)$ berücksichtigen.

Was nun $G(D)$ anbetrifft, so lohnt es sich, diesen Fehler nur dann zu berechnen, wenn

$$G(D) > E(D)$$

ist. Diese Ungleichheit ist a priori dann zu erwarten, wenn für jede Gruppe

$$G(T) > E(T)$$

erscheint, also wenn

$$G(T_1) > E(T_1)$$

und

$$G(T_2) > E(T_2) \text{ ist.}$$

In praxi wird es wohl sehr selten notwendig sein, $G(D)$ und $G(T)$ zu berücksichtigen. Für die unten von mir berechneten Typendifferenzen habe ich diese Fehler nicht angegeben, da die entsprechenden σ stets größer als $1{,}48 \,.\, G(I)$ sind.

Um die oben besprochene Methode der Rassenvergleichungen zu illustrieren, gebe ich für einige Rassen als Beispiel die Typendifferenzen und ihre wahrscheinlichen Fehler in bezug auf vier kraniologische Indices, und zwar: Längen-Breiten-, Längen-Höhen-, Obergesichts- und Nasenindex. Um die Berechnung von $E(D)$ zu erleichtern, habe ich den gewöhnlich angegebenen Gruppencharakteristika[2]) noch die Werte $\frac{\sigma^2}{n}$ und $n\sigma^2$, welche in der Formel (41) enthalten sind, hinzugefügt.

Tabelle 3.

Indices	$\sigma = 1{,}48 \,.\, \lvert G(I)\rvert$
Kraniometrische.	
1. Längen-Breitenindex	1,19
2. Längen-Höhenindex	1,19
3. Längen-Ohrhöhenindex	1,48
4. Sagitt. Wölbungsindex d. Frontale	1,19
5. „ „ „ Parietale	1,19
6. „ „ „ Occipitale	1,33
7. Transversaler Frontalindex	0,89
8. „ Frontoparietalindex	0,89
9. Ganzgesichtsindex	0,74
10. Obergesichtsindex	0,74
11. Kraniofacialindex	1,04
12. Jugofrontalindex	0,74
13. Jugomandibularindex	1,19
14. Frontobiorbitalindex	0,89
15. Interorbitalindex	0,74
16. Orbitalindex	2,37
17. Nasenindex	1,78
18. Maxilloalveolarindex	2,37
19. Gaumenindex	2,52
Kephalometrische.	
20. Längen-Breitenindex	1,78
21. Längen-Ohrhöhenindex	1,92
22. Transversaler Frontoparietalindex	1,48
23. Jugofrontalindex	1,48
24. Jugomandibularindex	2,52
25. Morphologisch. Ganzgesichtsindex	1,92
26. „ Obergesichtsindex	1,33
27. Nasenindex	4,30

Tabelle 4. Gruppen, verwendet zur Berechnung der Typendifferenzen in bezug auf den Längen-Breitenindex.

Rasse	Geschlecht	n	$M \pm E(M)$	$\sigma \pm E(\sigma)$	$\frac{\sigma^2}{n}$	$n\sigma^2$	Autor
Altbayern	—	900	$83{,}07 \pm 0{,}08$	$3{,}47 \pm 0{,}06$	0,0134	10 837	Pearson (1895, S. 388)
Birmanen	♂	66	$81{,}92 \pm 0{,}36$	$4{,}34 \pm 0{,}25$	0,2854	1 243	Poniatowski
Malaien	♂ + ♀ (?)	60	$80{,}2 \pm 0{,}4$[1])	$4{,}7 \pm 0{,}3$	0,3682	1 325	Tschepourkowsky (1905, S. 289)
Engländer	♂	131	$74{,}34 \pm 0{,}19$	$3{,}26 \pm 0{,}14$	0,0811	1 392	Macdonell (1904, S. 208 u. 222)
Neger	♂ + ♀ (?)	77	$74.34 \pm 0{,}28$	$3{,}60 \pm 0{,}20$	0,1683	998	Tschepourkowsky (l. c.)
Naqada	♂	130	$72{,}99 \pm 0{,}17$	$2{,}80 \pm 0{,}12$	0,0603	1 019	Fawcett (1901, S. 426 u. 438)

[1]) Abgerundet gemäß Tabelle 2. — [2]) $E(M)$ und $E(\sigma)$ habe ich in manchen Fällen selbst berechnet.

Tabelle 5. Gruppen, verwendet zur Berechnung der Typendifferenzen in bezug auf den Längen-Höhenindex[1]).

Rasse	Geschlecht	n	$M \pm E(M)$	$\sigma \pm E(\sigma)$	$\frac{\sigma^2}{n}$	$n\sigma^2$	Autor
Birmanen .	♂	63	78,32 ± 0,28	3,26 ± 0,20	0,1687	670	Poniatowski
Maori . . .	♂ + ♀	15	77 ± 0,4	2,3 ± 0,3	0,3527	79	Mollison (1908, S. 581[2])
Naqada . .	♂	131	73,30 ± 0,16	2,73 ± 0,11	0,0569	976	Fawcett (1901, S. 426 u. 438)
Papua . . .	♂ + ♀	19	72 ± 0,4	2,5 ± 0,3	0,3289	119	Tylpel[3])
Engländer .	♂	120	69,97 ± 0,20	3,22 ± 0,14	0,0864	1244	Macdonell (1904, S. 208 u. 222)

Tabelle 6. Gruppen, verwendet zur Berechnung der Typendifferenzen in bezug auf den Obergesichtsindex.

Rasse	Geschlecht	n	$M \pm E(M)$	$\sigma \pm E(\sigma)$	$\frac{\sigma^2}{n}$	$n\sigma^2$	Autor
Birmanen .	♂	54	51,65 ± 0,26	2,80 ± 0,18	0,1452	423	Poniatowski
Neger . . .	♂ + ♀ (?)	77	51,27 ± 0,30	3,95 ± 0,21	0,2026	1201	Tschepourkowsky (1905, S. 289)
Malaien . .	♂ + ♀ (?)	60	50,23 ± 0,24	2,80 ± 0,17	0,1307	470	"
Papua . . .	♂ + ♀ (?)	39	49,51 ± 0,37	3,40 ± 0,26	0,2964	451	"
Australier .	♂ + ♀ (?)	66	49,35 ± 0,24	2,93 ± 0,17	0,1301	567	"

Tab. 7. Gruppen, verwendet zur Berechnung der Typendifferenzen in bezug auf den Nasenindex.

Rasse	Geschlecht	n	$M \pm E(M)$	$\sigma \pm E(\sigma)$	$\frac{\sigma^2}{n}$	$n\sigma^2$	Autor
Engländer .	♂	70	47,6 ± 0,4[4])	4,6 ± 0,3[4])	0,3023	1481	Macdonell (1904, S. 208 u. 222)
Birmanen .	♂ + ♀	75	50,4 ± 0,4	4,9 ± 0,3	0,3201	1801	Poniatowski
Naqada . .	♂	77	51,1 ± 0,3[4])	4,2 ± 0,2[4])	0,2291	1358	Fawcett (1901, S. 426 u. 438)
Australier .	♂ + ♀	168	54,3 ± 0,3	5,1 ± 0,2	0,1548	4370	Poniatowski[5])
Tasmanier .	♂ + ♀	30	57,7 ± 0,5	3,8 ± 0,3	0,4813	433	Poniatowski[6])

Auf Grund obiger Tabellen finden wir folgende Typendifferenzen samt ihren wahrscheinlichen Fehlern[7]).

Tabelle 8. Typendifferenzen in bezug auf den Längen-Breitenindex.

	Altbayern	Birmanen	Malaien	Engländer	Neger	Naqada
Altbayern	0 ± 6,4	60 ± 19	144 ± 21	519 ± 17	494 ± 21	640 ± 20
Birmanen	60 ± 19	0 ± 23	76 ± 24	407 ± 26	385 ± 28	525 ± 29
Malaien	144 ± 21	76 ± 24	0 ± 24	305 ± 26	287 ± 27	411 ± 29
Engländer	519 ± 17	407 ± 26	305 ± 26	0 ± 17	0 ± 25	90 ± 17
Neger	494 ± 21	385 ± 28	287 ± 27	0 ± 25	0 ± 22	86 ± 21
Naqada	640 ± 20	525 ± 29	411 ± 29	90 ± 17	86 ± 21	0 ± 17

Tabelle 9. Typendifferenzen in bezug auf den Längen-Höhenindex.

	Birmanen	Maori	Naqada	Papua	Engländer
Birmanen .	0 ± 24	98 ± 37	338 ± 34	447 ± 45	516 ± 28
Maori . . .	98 ± 37	0 ± 49	296 ± 40	417 ± 58	524 ± 51
Naqada . .	338 ± 34	296 ± 40	0 ± 17	100 ± 33	225 ± 18
Papua . .	447 ± 45	417 ± 58	100 ± 33	0 ± 44	144 ± 32
Engländer .	516 ± 28	524 ± 51	225 ± 18	144 ± 32	0 ± 17

Tabelle 10. Typendifferenzen in bezug auf den Obergesichtsindex.

	Birmanen	Neger	Malaien	Papua	Australier
Birmanen .	0 ± 26	23 ± 24	101 ± 26	139 ± 30	161 ± 26
Neger . . .	23 ± 24	0 ± 22	63 ± 24	96 ± 27	114 ± 24
Malaien . .	101 ± 26	63 ± 24	0 ± 24	47 ± 29	61 ± 24
Papua . .	139 ± 30	96 ± 27	47 ± 29	0 ± 30	10 ± 28
Australier .	161 ± 26	114 ± 24	61 ± 24	10 ± 28	0 ± 23

[1]) Basion-Bregmahöhe. — [2]) σ, $E(M)$ usw. von mir berechnet. — [3]) Diese Angaben, die ich Frl. R. Tylpel verdanke, sind einer zurzeit noch nicht veröffentlichten Arbeit entnommen. — [4]) Abgerundet gemäß Tabelle 2. — [5]) Berechnet aus Messungen von Basedow (1910), Turner (1884) und Brackebusch (1905). — [6]) Berechnet aus Messungen von Basedow (1910). — [7]) In den von links oben nach rechts unten verlaufenden Diagonalen sind die Typenfehler $E(T)$ angegeben.

Tabelle 11. Typendifferenzen in bezug auf den Nasenindex.

	Engländer	Birmanen	Naqada	Australier	Tasmanier
Engländer .	0 ± 23	118 ± 23	160 ± 22	277 ± 22	485 ± 33
Birmanen .	118 ± 23	0 ± 22	31 ± 22	156 ± 23	333 ± 34
Naqada . .	160 ± 22	31 ± 22	0 ± 22	139 ± 19	331 ± 33
Australier .	277 ± 22	156 ± 23	139 ± 19	0 ± 15	156 ± 26
Tasmanier .	485 ± 33	333 ± 34	331 ± 33	156 ± 26	0 ± 35

Die geringe Anzahl der miteinander verglichenen Gruppen erlaubt uns noch nicht, irgend welche weitere Schlüsse auszuziehen, jedoch ersehen wir klar aus den gefundenen Resultaten die morphologische Ungleichwertigkeit verschiedener Merkmale für die Rassenvergleichungen. Für den Unterschied zwischen den Engländern und Naqada ist z. B.:

	Längen-Höhenindex	Nasenindex
$D \pm E(D)$	225 ± 18	160 ± 22
$\lvert M_1 - M_2 \pm E(\lvert M_1 - M_2 \rvert)$.	3,33 ± 0,25	3,5 ± 0,5

Für die Unterscheidung der Engländerschädel von den Naqadaschädeln ist also der Längen-Höhenindex zweimal wichtiger als der Nasenindex, während die absoluten Differenzen zwischen den Mittelwerten in bezug auf beide Merkmale fast gleich sind.

Oben haben wir uns mit dem Problem der Gruppenvergleichungen lediglich in bezug auf ein Merkmal beschäftigt. Um aber in die gegenseitigen Beziehungen morphologischer Gruppen vollständige Klarheit zu bringen, müssen wir dieselben in bezug auf mehrere Merkmale miteinander vergleichen, wobei wir neben den Typendifferenzen auch die für jede Gruppe charakteristischen Korrelationen berücksichtigen müssen. Da aber die diesbezüglichen statistischen Methoden zuerst noch einer gründlichen Ausarbeitung bedürfen, so können wir auf dieselben hier nicht näher eingehen, da wir uns auf die Betrachtung der Genauigkeitsfehler der heute schon verwendeten Methoden beschränkt haben.

Schlußwort.

Da die vorliegende Arbeit zum ersten Male den Einfluß der Beobachtungsfehler auf die anthropologischen Indices ausführlich zu erklären versucht, so kann sie natürlich nicht die ganze Frage erschöpfend darstellen. Ich habe mich absichtlich nur auf eine kleine Anzahl der Indices und Gruppencharakteristika beschränkt, denn es ist mir hauptsächlich daran gelegen, die theoretischen Grundlagen für die weiteren Untersuchungen auf diesem zweifellos sehr wichtigen und trotzdem bisher fast unbeachteten Gebiete zu entwickeln.

Als ein wichtiges Nebenresultat meiner Arbeit betrachte ich die Ausarbeitung der zuerst von Mollison eingeführten Methode der Rassenvergleichungen mit Hilfe der Typendifferenzen. Wenn auch die Typendifferenzen wahrscheinlich mit der Zeit durch bessere und genauere Methoden ersetzt werden, so gestatten sie uns heute einen viel besseren Einblick in die Rassenbeziehungen, als die bisher gebrauchten absoluten Differenzen zwischen den Mittelwerten.

Literatur.

Basedow, 1910: Der Tasmanierschädel, ein Insulartypus. Zeitschr. f. Ethn., Bd. 42, S. 175.

Brackebusch, K., 1905: Die Australierschädel der Sammlung des anatomischen Instituts zu Göttingen. Dissertation. Göttingen.

Broca, P., 1871—1883: Mémoires d'anthropologie, I—IV, Paris.

Czekanowski, J., 1907: Untersuchungen über das Verhältnis der Kopfmaße zu den Schädelmaßen. Arch. f. Anthr., N. F., Bd. VI.

Derselbe, 1909: Zur Differentialdiagnose der Neandertalgruppe. Korrespondenzbl. d. Deutsch. Anthr. Ges, Bd. XL.

Fawcett, C. D., 1901: A Second Study of the Variation and Correlation of the Human Skull. Biometrika, Bd. I, S. 408.

Flower, W. H., 1879: Catalogue of the Museum of the Royal College of Surgeons. Part I, Man. London.

Frizzi, E., 1909: Ein Beitrag zur Anthropologie des „Homo alpinus tirolensis". Mitteil. Anthr. Ges. Wien, Bd. XXXIX.

Haberer, K. A., 1902: Schädel und Skeletteile aus Peking. Jena.

Hovorka, E., 1898: Sollen wir weiter messen oder nicht? Zentralbl. f. Anthr., Ethn. u. Urg., Bd. III.

Klaatsch, H., 1908: The Skull of the Australian Aboriginal. Reports from the Pathological Laboratory of the Lunacy Department, Vol. I, Part III. Sydney.

Macdonell, W. R., 1904: A Study of the Variation and Correlation of the Human Skull. Biometrika, Bd. III.

Mollison, Th., 1908: Beitrag zur Kraniologie und Osteologie der Maori. Zeitschr. f. Morph. u. Anthr., Bd. XI, S. 529.

Derselbe, 1910: Die Körperproportionen der Primaten. Morph. Jahrb., Bd. XLII, S. 79.

Oetteking, B., 1909: Kraniologische Studien an Altägyptern. Arch. f. Anthr., N. F., Bd. XI.

Pearson, K., 1895: Skew Variation in Homogenous Material. Phil. Trans. Roy. Soc. London, Vol. 186 A.

Poniatowski, S., 1909: Beitrag zur Kraniologie der Chinesen. Sitzungsberichte der Warschauer Gesellschaft der Wissenschaften, Bd. II, S. 160.

Derselbe, 1910: Kryterja biometryczne przynależności jednostki do naturalnej grupy morfologicznej. Sprawozd. z posiedz. Warszaw. Tow. Nauk., Rok III, S. 178.

Derselbe, 1911: Über den Wert der Indexklassifikationen. Arch. f. Anthr., N. F., Bd. X, S. 50.

Risley, H., 1908: The People of India. Calcutta.

Retzius, A., 1864: Ethnologische Schriften. Stockholm.

Török, A., 1905: Neue Untersuchungen über die Dolichokephalie. Zeitschr. f. Morph. u. Anthr., Bd. VIII.

Tschepourkowsky, E., 1905: Contributions to the Study of Interracial Correlations. Biometrika, Bd. IV.

Turner, W., 1884: Report on the Human Crania. Challenger Report, Zoology, Vol. X, Part XXIX.

Derselbe, 1899: Contributions to the Craniology of the People of the Empire of India. Part I. Phil. Trans. Roy. Soc. Edinburgh, Vol. XXXIX, S. 703.

Welcker, H., 1902: Die Zugehörigkeit eines Unterkiefers zu einem bestimmten Schädel. Arch. f. Anthr., Bd. XXVII, S. 37.

Anhang.

I. Hilfstabelle zur Berechnung der mittleren wahrscheinlichen Fehler der individuellen Indices.
II. Wahrscheinlicher Fehler der Typusbestimmung.

I. Hilfstabelle zur Berechnung der mittleren wahrscheinlichen Fehler der individuellen Indices.

$I = 100\,i$	$\sqrt{1+i^2}$ $\alpha=\beta$	$\sqrt{\alpha^2+\beta^2 i^2}$ $\alpha=\pm0{,}5$ $\beta=\pm1{,}0$	$\alpha=\pm1{,}0$ $\beta=\pm0{,}5$	$\alpha=\pm1{,}0$ $\beta=\pm1{,}5$	$\alpha=\pm1{,}5$ $\beta=\pm1{,}0$
5	1,00	0,50	1,00	1,00	1,49
10	1,00	0,51	1,00	1,01	1,50
15	1,01	0,52	1,00	1,02	1,51
20	1,02	0,54	1,00	1,04	1,51
25	1,03	0,56	1,01	1,07	1,52
30	1,04	0,58	1,01	1,10	1,53
35	1,06	0,61	1,01	1,13	1,54
40	1,08	0,64	1,02	1,16	1,55
45	1,10	0,67	1,02	1,20	1,57
50	1,12	0,71	1,03	1,25	1,59
55	1,14	0,74	1,03	1,30	1,60
60	1,16	0,78	1,04	1,35	1,62
65	1,19	0,82	1,05	1,40	1,64
70	1,22	0,85	1,06	1,45	1,66
75	1,25	0,90	1,07	1,50	1,68
80	1,28	0,94	1,08	1,56	1,70
85	1,31	0,99	1,09	1,62	1,72
90	1,35	1,03	1,10	1,68	1,75
95	1,38	1,07	1,11	1,74	1,77
100	1,41	1,12	1,12	1,80	1,80
105	1,45	1,17	1,13	1,87	1,83
110	1,49	1,21	1,14	1,93	1,86
115	1,52	1,25	1,16	2,00	1,89
120	1,56	1,30	1,17	2,06	1,92
125	1,60	1,35	1,18	2,12	1,95
130	1,64	1,40	1,19	2,19	1,98
135	1,68	1,44	1,21	2,26	2,02
140	1,72	1,48	1,22	2,33	2,05
145	1,76	1,53	1,23	2,39	2,08
150	1,80	1,58	1,25	2,46	2,12

II. Wahrscheinlicher Fehler der Typusbestimmung

$$E(T) = +\frac{190{,}74}{\sqrt{n}}.$$

n	$E(T)$	n	$E(T)$	n	$E(T)$
1	191	31	34	68	23
2	135	32	"	69	
3	110	33	33	72	
4	95	34	"	73	22
5	85	35	32	78	
6	78	36	"	79	
7	72	37	31	80	21
8	67	38	"	84	
9	64	39	30	85	
10	60	40	"	86	20
11	57	41	29	91	
12	55	42		92	
13	53	44		93	19
14	51	45	28	104	
15	49	47		105	
16	47	48		106	18
17	46	49	27	118	
18	45	51		119	
19	44	52		120	17
20	43	54	26	132	
21	42	55		133	
22	41	56	25	134	16
23	40	59		153	
24	39	60		154	15
25	38	65	24	174	
26	37	66		175	
27	36	67	23	199	14
28	"		"	200	
29	35				
30	"				

Curriculum vitae.

Ich wurde am 6. Oktober 1884 in Ceranow (Russisch-Polen) geboren. Bis zum Jahre 1894 erhielt ich den Unterricht zu Hause. Von 1894 bis 1902 besuchte ich die Realschule in Warschau. Nach Absolvierung der Ergänzungsklasse derselben Schule studierte ich seit Herbst 1902 bis Anfang 1905 an der Polytechnischen Hochschule in Warschau. Seit Herbst 1906 studierte ich ununterbrochen neun Semester an der Züricher Universität. Während dieser Zeit besuchte ich die Vorlesungen der Herren Dozenten: Felix, Hescheler, Kleiner, Lang, Martin, Ruge, Schinz, Stoll, Werner, Bluntschli, Heierli, Mollison, de Quervain und Wehrli. Außerdem beteiligte ich mich an den praktischen Übungen in Anatomie, Anthropologie, Entwicklungsgeschichte, Histologie, Zoologie, Chemie, mikroskopischer Technik und in der Technik der geographischen Instrumente. Im Laufe der sechs Semester beschäftigte ich mich speziell mit der physischen Anthropologie im Züricher Anthropologischen Institute.

Stanislaw Poniatowski.